ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ ЭЛЕКТРОФИЗИКИ УРАЛЬСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

РУССКИХ ПАВЕЛ АЛЕКСАНДРОВИЧ

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ПРОВОДНИКАХ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ СИЛЬНОГО ИМПУЛЬСНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

1.3.13. Электрофизика, электрофизические установки

Д и с с е р т а ц и я
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
д. ф.-м. н.
Г.Ш. Болтачев

Екатеринбург
2025

Оглавление

Введение

Актуальность темы исследования. Магнитные поля на протяжении длительного времени являются важным объектом исследований и многофункциональным инструментом воздействия на различные материалы. Сильное магнитное поле, амплитудой, превышающей 30 Тл, в силу технических ограничений может быть создано только в импульсном режиме [1]. Первые работы по генерации сильных импульсных магнитных полей проводились выдающимся советским физиком П. Л. Капицей в начале прошлого века [2, 3]. Для изучения искривления траекторий движения α-частиц в магнитном поле автор предложил оригинальную конструкцию мотор-генератора, который создавал поля, напряженностью 320 кЭ (что соответствует индукции 32 Тл) при длительности импульса порядка 10 мс. В наши дни сильные магнитные поля используются в науке для изучения электронной структуры полупроводников и квантового эффекта Холла [4], исследования больших биомолекул [5], используются в работах, посвящённых магнитной кумуляции [6, 7], физике плазмы и управляемому термоядерному синтезу [8]. Также силовое действие магнитного поля, вызывающее ускорение проводников, дало основу для широкого круга технологий магнитно-импульсной обработки. Примерами могут служить прессование нанопорошков [9–12], деформирование проводящих оболочек [13], создание прочного соединения между разнородными материалами [12, 14, 15], которое невозможно получить привычным методом электродуговой сварки. Для многих технологий магнитно-импульсной обработки существенным ограничивающим фактором их широкого распространения является невысокий ресурс индукторных систем, генерирующих сильные магнитные поля. Причина заключается в том, что главный элемент системы — индуктор, обычно представляющий собой низкоиндуктивный массивный одновитковый соленоид [6, 7], подвергается значительным знакопеременным механическим напряжениям. В частности, оказываемое импульсным магнитным полем с индукцией 50 Тл давление на ограничивающую поверхность проводящего материала, составляет порядка 1 ГПа. Ещё больших значений могут достигать возникающие термомеханические напряжения, которые обусловлены быстрым импульсным джоулевым нагревом проводника и последующим остыванием. В результате сильных знакопеременных механических воздействий на поверхности материала могут образовываться микротрещины [16, 17]. При дальнейшей эксплуатации эти микротрещины быстро увеличиваются из-за «эффекта пилы» [1, 8, 16, 18–20], заключающегося в значительном усилении плотности тока на неровностях и приводящему, в конечном счёте, к разрушению рабочей поверхности индуктора. Актуальность настоящего диссертационного исследования заключается в предложении и анализе эффективности способов повышения амплитуды генерируемых импульсных магнитных полей без угрозы разрушения проводящего материала.

Отдельного рассмотрения требует влияние шероховатости на рабочей поверхности проводника, которая может способствовать локальной концентрации поверхностной плотности тока и, как следствие, формированию точек повышенного тепловыделения. Увеличение амплитуды термомеханических напряжений в окрестности этих точек повышает вероятность зарождения начальных микротрещин. Помимо стойкости рабочей поверхности индукторных систем, генерирующих сильные импульсные магнитные поля, данный эффект высоко актуален для вакуумных токоподводящих линий [21–23], которые входят в состав мультитераваттных импульсных генераторов [24] с амплитудой тока 30-50 МА и временем нарастания тока менее 100 нс. В экспериментах наблюдается быстрый перегрев поверхности проводника, сопровождающийся электрическим взрывом, образованием плазмы, и последующим шунтированием тока, что приводит к существенному снижению ожидаемой эффективности передачи электромагнитной энергии в нагрузку. В работе [25] показано, что появление отдельных областей повышенного тепловыделения на поверхности идеально гладкого проводника непосредственно связано с неоднородностью его микроструктуры. Работы [26–31] рассматривают наличие поверхностных шероховатостей как одну из наиболее вероятных причин неравномерности нагрева и повышенного тепловыделения, проявляющегося в виде светящихся точек на поверхности подводящих проводников. Изучению эффекта концентрации плотности тока в окрестности различных модельных типов поверхностной шероховатости посвящена заключительная глава представленной работы.

Степень разработанности темы исследования. Значительный вклад в изучение магнитной диффузии и способов повышения стойкости проводников был сделан Г. А. Шнеерсоном [18, 32], И. М. Карповой и В. В. Титковым [32, 33]. В их работах было показано, во-первых, что для плоской проводящей пластины с удельным сопротивлением снижающимся с глубиной в 100 раз и более тепловыделение в материале может быть снижено в 3-5 раз. Экспериментально такое распределение может быть реализуемо методами порошковой металлургии. А, во-вторых, проанализировано влияние оптимизации формы магнитного импульса на тепловыделение и показан эффект снижения тепловыделения, порядка 8 % для униполярного импульса. Но в их работах не производился учёт изменения удельного сопротивления с температурой, которое при генерации сильных импульсных магнитных полей амплитудой 50 Тл и выше может увеличиться более чем вдвое. Учёт удельного сопротивления делает задачу нелинейной, что допускает аналитическое решение только для полупространства с определённым законом нарастания магнитного поля на границе [34]. Анализ нелинейной диффузии и термомеханических напряжений в более близких эксперименту условиях таких как импульс в виде затухающей синусоиды, геометрия толстого плоского или цилиндрического проводника требуют использование численных методов. Теоретические исследования, где проводился бы подобный анализ, до сих пор отсутствовали.

Целью работы является исследование воздействия сильного импульсного магнитного поля на проводники и анализ эффективности способов повышения амплитуды генерируемых импульсных магнитных полей без угрозы разрушения проводящего материала. Для достижения этой цели были поставлены и решены следующие задачи:

- Разработка численных моделей нелинейной магнитной диффузии, возникающих термомеханических напряжений и деформаций в плоском проводящем слое, одиночном одновитковом соленоиде и концентраторе магнитного потока, помещённого внутрь одновиткового соленоида, подключённого к RLC-контуру.

- Анализ основных характеристик протекающих электрофизических процессов в рамках построенных моделей и исследование эффективности предложеных ранее и новых способов повышения стойкости проводника в сильных импульсных магнитных полях.

- Проведение двумерного моделирования диффузии азимутального импульсного магнитного поля в цилиндрический проводник с аксиально-симметричными неровностями на поверхности и анализ в их окрестности особенностей пространственных распределений плотности тока и мощности тепловыделения.

Научная новизна:

- Впервые для материала с произвольной температурной зависимостью предела текучести получены строгие аналитические выражения, определяющие амплитуды температур нагрева плоского проводника, соответствующие порогам хрупкого разрушения и разрушения по механизму малоцикловой усталости.

- Получены аналитические выражения, позволяющие с высокой точностью оценивать пороговые амплитуды температур поверхностного нагрева проводника в цилиндрической геометрии, соответствующей описанию индукторных систем для генерации сильных импульсных магнитных полей.

- Выявлено, что использование градиентного профиля с удельным сопротивлением, в 2.5 раза превышающим сопротивление основной части материала, позволяет увеличить генерируемые магнитные поля без разрушения материала на 20-25 % как в плоской, так и в цилиндрической геометрии.

- Для цилиндрического проводника, за счёт создания экспоненциально спадающего поверхностного профиля с удельным сопротивлением в 10^5 раз выше, чем в основном материале, продемонстрирована возможность увеличения генерируемых без разрушения магнитных полей более чем в 2 раза.

- Показано, что повышение собственного сопротивления разрядного RLC-контура может увеличить безопасное для материала подключённой индукторный системы генерируемое магнитное поле примерно на 25 %.

- Установлено, что при диффузии азимутального магнитного поля пропорциональное уменьшение ширины и амплитуды аксиально-симметричных неровностей на поверхности цилиндрического проводника не приводит к снижению амплитуд локального тепловыделения.

Теоретическая и практическая значимость работы. Полученные в диссертации аналитические выражения для температур возникновения пластических деформаций в состоянии сжатия и растяжения в плоском и цилиндрическом проводниках позволяют проводить оценку их стойкости в сильном импульсном магнитном поле и осуществлять выбор наиболее подходящего материала проводника на основании его механических характеристик. Кроме того, выражения могут быть использованы для верификации результатов численного моделирования.

Предложены и теоретически обоснованы различные методы повышения стойкости проводников в сильных импульсных магнитных полях. Например, оптимизация формы импульса магнитного поля, применение градиентного профиля удельного сопротивления. Также показано влияние на стойкость геометрии проводника и величины его удельного сопротивления. Применение представленных результатов при конструировании индукторов и концентраторов магнитного потока позволит значительно увеличить долговечность оборудования, которое может применяться для решения широкого круга технических и исследовательских задач.

Методы исследования. Численное решение уравнений магнитной диффузии и теплопроводности, полученных в этой работе, осуществлялось хорошо известным методом конечных разностей по схемам Кранка-Николсона второго порядка точности. При решении механической части задачи, состоящей из закона Гука, уравнения механического равновесия, критерия текучести Мизеса и ассоциированного закона пластического течения [35] использовались традиционные численные алгоритмы, такие как метод стрельбы и метод Ньютона. Двумерное уравнение магнитной диффузии для цилиндрического проводника с азимутальным магнитным полем также решалось методом конечных разностей по схеме второго порядка точности.

Положения, выносимые на защиту:

1. Разработана расчетно-теоретическая модель по оценке пороговых амплитуд импульсных магнитных полей, приводящих к разрушению рабочей поверхности индукторных систем, в рамках которой исследовано влияние на величину пороговых полей различных характеристик материала таких как электропроводность, теплоемкость, механиче-

ские свойства и др., а также параметров импульсного воздействия.

2. В рамках модели идеального упруго-пластического тела с произвольной температурной зависимостью предела текучести получены аналитические выражения для температур, инициирующих разрушение плоского проводника по хрупкому типу и по механизму малоцикловой усталости, а также предложены аналоги этих выражений для цилиндрического проводника.

3. Индукция магнитного поля, генерируемого плоским и цилиндрическим проводником без угрозы разрушения как по хрупкому типу, так и по механизму малоцикловой усталости, может быть увеличена на 25-30 % при создании спадающего профиля с увеличенной в 2.5 раза амплитудой удельного сопротивления. Более чем двукратное увеличение индукции магнитных полей, генерируемых стальным цилиндрическим проводником без угрозы разрушения по хрупкому типу, достигается при использовании профилей с увеличением амплитуды удельного сопротивления в диапазоне 10^3-10^9.

4. Для модельных аксиально-симметричных неровностей в виде одиночного расширения, сужения или периодической шероховатости показаны области усиления плотности тока и тепловыделения на поверхности проводника в сильном импульсном магнитном поле, и обнаружено, что пропорциональное уменьшение размеров неровностей вплоть до толщин термического скин-слоя, не приводит к снижению амплитуд локального тепловыделения.

Апробация результатов работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались на 11 конференциях, среди которых 3 международных и 3 всероссийских:

1. 5 конференций молодых ученых ИЭФ УрО РАН, Екатеринбург, 2021, 2022, 2023, 2024, 2025.

2. VII Международная молодежная научная конференция «Физика. Технологии. Инновации», Екатеринбург, 2020.

3. 7^{th} International Congress on Energy Fluxes and Radiation Effects (EFRE), Томск, 2020.

4. XXI, XXII, XXIII Всероссийская школа - семинар по проблемам физики конденсированного состояния вещества СПФКС – 21, 22, 23, Екатеринбург, 2021, 2022, 2023.

5. Международный симпозиум «Неравновесные процессы в сплошных средах», Пермь, 2024.

Степень достоверности научных результатов. Обоснованность и достоверность результатов исследования обусловлена использованием широко известных численных алгоритмов решения дифференциальных и алгебраических уравнений; согласием полученных данных с аналитическими решениями и выражениями, найденными в литературе и полученными в ходе исследования; согласованностью результатов расчёта с экспериментальными данными.

Личный вклад автора. Автор принимал участие в разработке математических и численных моделей. Автором лично написаны программы и выполнены расчёты. Аналитические выражения и решения, представленные в работе также были получены автором лично. Обобщение результатов диссертационного исследования, формулировка защищаемых положений, выводов и написание текста диссертации принадлежат лично автору.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 8 печатных работ, из них 6 — в рецензируемых научных журналах и 2 — в сборниках трудов конференций, входящих в список литературы под номерами [36–41] и [42, 43], соответственно.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения. Диссертация изложена на 112 страницах, включая 34 рисунка, 4 таблицы. Список литературы содержит 93 наименования.

ВО ВВЕДЕНИИ обоснована актуальность темы исследования, сформулированы цель работы, ее научная новизна и практическая значимость, приведено краткое содержание работы.

В ПЕРВОЙ ГЛАВЕ описаны основные результаты экспериментальных и теоретических исследований стойкости проводников в сильных импульсных магнитных полях. Изложены физические основы моделей, построенных в последующих главах.

ВО ВТОРОЙ ГЛАВЕ исследованы различные способы повышения стойкости плоского проводника в сильном импульсном магнитном поле. Описана динамика основных процессов, получены соотношения для температуры возникновения пластических деформаций в состояниях сжатия и растяжения. Приведены критерии для оценки стойкости, которые использовались и в других главах.

В ТРЕТЬЕЙ ГЛАВЕ исследованы методы повышения стойкости полого цилиндрического проводника в сильном аксиальном магнитном поле. Выделены ключевые особенности цилиндрической геометрии по сравнению с плоской. Аналоги аналитических выражений, представленных во второй главе, получены для цилиндрического проводника. Показано, что использование высокорезистивного протяжённого экспоненциального профиля позволяет увеличить безопасную для проводника амплитуду индукции магнитного поля более чем в два раза.

В ЧЕТВЕРТОЙ ГЛАВЕ модели, построенные в главах 2 и 3, были существенно дополнены. В ней внутренний цилиндрический проводник, имитирующий концентратор магнитного потока помещался в более массивный толстый проводник, моделирующий соленоид. Проводники подключались к RLC-цепи и проводился анализ стойкости внутреннего проводника в такой системе в зависимости от его геометрии, удельного сопротивления. Также исследовалось влияние высокорезистивного профиля и параметров RLC-контура совместное использование которых позволило увеличить магнитные поля, генерируемые без разрушения вплоть до 52 Тл.

В ПЯТОЙ ГЛАВЕ исследовано влияние аксиально-симметричных неровностей на поверхности цилиндрического проводника на его стойкость в сильном азимутальном магнитном поле, моделирующем начальную стадию экспериментов по электрическому взрыву проводников в скиновом режиме. Показано, что неровности в виде одиночного выступа, сужения или периодической шероховатости вызывают значительное усиление плотности тока в их окрестности, а мощность тепловыделения при этом может возрасти многократно.

В ЗАКЛЮЧЕНИИ диссертационной работы сформулированы основные результаты.

Работа выполнена в Лаборатории комплексных электрофизических исследований Института электрофизики УрО РАН. Данная работа осуществлялась при поддержке РНФ (20-19-00364), РФФИ и ГК РОСАТОМ (20-21-00050), РФФИ и БРФФИ (20-58-00029), РФФИ (19-08-00931).

Глава 1. Обзор литературы

1.1 Диффузия импульсного магнитного поля в проводящий материал

Уравнение магнитной диффузии является основным уравнением, для настоящей работы. Оно может быть получено из уравнений Максвелла и закона Ома [1], которые в пренебрежении токами смещения, малыми по сравнению с токами проводимости, в системе СИ имеют вид:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}, \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \mathbf{j} = \frac{\mathbf{E}}{\rho}, \tag{1.1}$$

где $\mathbf{H}$ — напряжённость магнитного поля, $\mathbf{j}$ — плотность электрического тока, $\mathbf{E}$ — напряжённость электрического поля, $\mathbf{B}$ — магнитная индукция, ρ — удельное электрическое сопротивление. Относительную магнитную проницаемость примем равной единице ввиду рассмотрения сильных полей, значительно превышающих поле насыщения, которое в исследованиях ферромагнетиков [44–47] обычно имеет значения до 2 Тл. Тогда для изотропной среды справедливо соотношение $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$, где μ — магнитная постоянная. Учитывая это соотношение, уравнения (1.1) могут быть сведены к одному уравнению относительно магнитной индукции:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \left[\frac{\rho}{\mu} (\nabla \times \mathbf{B})\right]. \tag{1.2}$$

Это уравнение называется уравнением магнитной диффузии. В случае постоянного удельного сопротивления ρ и при учёте закона Гаусса для магнитного поля $\nabla \times \mathbf{B} = 0$ уравнение (1.2) упрощается:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \frac{\rho}{\mu}\Delta\mathbf{B}, \tag{1.3}$$

и по своей форме становится близким другому важному для настоящей работы уравнению, а именно уравнению теплопроводности, которое при постоянном коэффициенте теплопроводности λ для проводника с током может быть представлено в виде:

$$c\frac{\partial T}{\partial t} = \lambda\Delta T + \rho j^2, \tag{1.4}$$

где c — объёмная теплоёмкость, T — приращение температуры от начального значения. Полная аналогия между уравнениями (1.3) и (1.4) в случае, если слагаемое ρj^2, описывающее джоулев нагрев, равно нулю позволяет использовать большое количество известных аналитических решений последнего [48] для решения задач диффузии магнитного поля.

Магнитная индукция в задачах проникновения магнитного поля в проводник довольно быстро снижается с глубиной. Чтобы оценить её глубину проникновения в материал при синусоидальном изменении магнитного поля с частотой ω, что на практике соответствует диффузии поля в проводник, подключённый к LC-цепи, используется понятие толщины скин-слоя δ:

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}}. \tag{1.5}$$

В слое толщиной δ в этом случае сосредоточено 63 % действующего значения тока, а в слое 2δ – 86 %. У величины есть аналог для уравнения теплопроводности $\delta_T = \sqrt{2\lambda/(\omega c)}$. Величина термического скин-слоя позволяет оценить расстояние, на котором теплообмен играет важную роль. Отношение δ/δ_T заметно больше единицы для большинства металлов. Например, для меди отношение равно 10, для латуни — 38, для железа — 55 [1]. Это означает, что влиянием теплообмена часто можно пренебречь и тогда в наиболее простом случае полупространства для описания магнитной индукции $B(x,t)$, плотности тока $j(x,t)$ и температуры $T(x,t)$ уравнения (1.1–1.2) и (1.4) будут иметь вид:

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho}{\mu}\frac{\partial B}{\partial x}\right), \quad j = -\frac{1}{\mu}\frac{\partial B}{\partial x}, \quad c\frac{\partial T}{\partial t} = \rho j^2. \tag{1.6}$$

Частное решение А. Брайанта представляет собой аналитическое решение данной нелинейной задачи [34]. Автор ввёл переменную $z = \gamma t - x/\delta_b$, где γ и δ_b параметры и принял, что $B(x,t) = B(z(x,t))$. Это позволило свести уравнения (1.6) к обыкновенным дифференциальным уравнениям:

$$\frac{1}{{\delta_b}^2}\frac{d}{dz}\left[\frac{\rho}{\mu}\frac{dB}{dz}\right] = \gamma\frac{dB}{dz}, \quad c\gamma\frac{dT}{dz} = \frac{\rho}{\mu^2{\delta_b}^2}\left(\frac{dB}{dz}\right)^2. \tag{1.7}$$

Интегрируя первое уравнение и учитывая граничное условие на бесконечности, а именно $B = 0$ при $z \to -\infty$ соответствующее $x \to +\infty$ можно получить

$$\rho\frac{dB}{dz} = {\delta_b}^2\gamma\mu B. \tag{1.8}$$

Используя полученное выражение для интегрирования второго из уравнений (1.7) с учётом граничного условия для температуры $T = 0$ при $z \to -\infty$ получим, что тепловыделение

$$Q = cT = \frac{B^2}{2\mu}. \tag{1.9}$$

Уравнение (1.9) показывает, что в одномерной геометрии без учёта теплообмена и для определённого закона нарастания магнитного поля на границе, который будет показан ниже, тепловыделение Q равно объёмной плотности энергии магнитного поля. Это соотношение удобно для качественной оценки тепловыделения в процессе магнитной диффузии. Для получения решения $B(x,t)$ примем, что удельное сопротивление с температурой от значения при комнатной температуре ρ^* растёт линейно $\rho = \rho^*(1 + \beta cT)$, где β — тепловой коэффициент. Согласно H. Knoepfel [1] данная линейная зависимость с хорошей точностью описывает изменение величины вплоть до испарения металла. С учётом введённой зависимости и выражения (1.9) уравнение (1.8) принимает вид

$$\left(1 + \frac{B^2}{B_c^2}\right)\frac{dB}{dz} = B, \quad B_c = \sqrt{\frac{2\mu}{\beta}},$$

Его интегрирование даёт решение А. Брайанта

$$\frac{B}{B_0}\exp\left(\frac{B^2 - B_0^2}{2B_c^2}\right) = \exp\left(\gamma t - x/\delta_b\right), \quad \delta_b = \sqrt{\frac{\rho^*}{\gamma\mu}}, \tag{1.10}$$

где параметры B_0 и γ определяют нарастание магнитного поля на границе $B_G(t)$:

$$\frac{B_G}{B_0}\exp\left(\frac{B_G^2 - B_0^2}{2B_c^2}\right) = \exp\left(\gamma t\right), \quad B_G(0) = B_0.$$

Соответствующая плотность тока находится по предпоследней из формул (1.6):

$$j = \frac{B_c}{\mu\delta_b}\frac{(B/B_c)}{1 + (B/B_c)^2}. \tag{1.11}$$

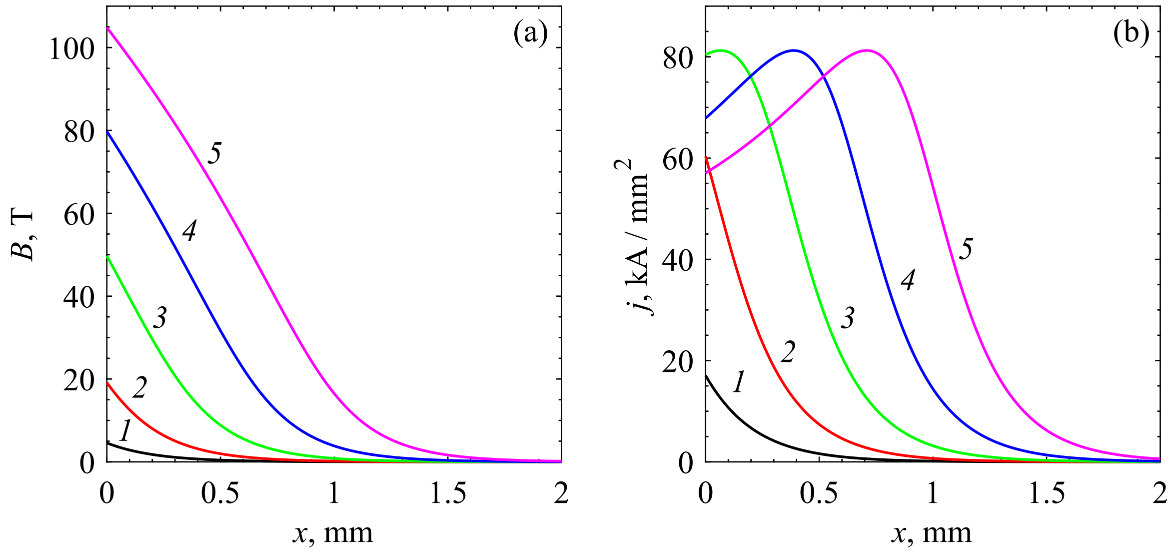

Рис. 1.1. Аналитическое решение А. Брайанта внутри проводящего полупространства [34]: (a) — индукция магнитного поля (1.10), (b) — плотность тока (1.11). Кривые построены для меди в моменты времени: линия *1* – 5 мкс, *2* – 10 мкс, *3* – 15 мкс, *4* – 20 мкс, *5* – 25 мкс. Параметры $B_0 = 1$ Тл, $\gamma \approx 3 \cdot 10^5$, что соответствует нарастанию магнитной индукции на границе с 1 до 50 Тл за 15 мкс.

Полученное решение для медного проводника показано на рис. 1.1. Параметры расчёта подбирались таким образом, чтобы скорость нарастания магнитного поля была близкой экспериментам по генерации сильных магнитных полей [15, 49, 50], а именно нарастание до 50 Тл за 15 мкс. В начале процесса, когда магнитная индукция и плотность тока относительно небольшие (кривые *1*-*2*), их пространственное распределение близко к экспоненциально спадающему с максимумом, расположенным на поверхности. Такое распределение характерно для линейного уравнения (1.3), когда изменение удельного сопротивления с температурой пренебрежимо мало. По мере нарастания плотности тока, а следовательно нагрева материала удельное сопротивление заметно увеличивается, что приводит к смещению максимума плотности тока с поверхности вглубь материала (кривая *3* на рис. 1.1b). Этот феномен, характерный для нелинейной диффузии, носит название «пик-эффект» и становится существенным, если максимальная индукция поля в медном проводнике превышает 40 Тл [1]. С течением времени фронт плотности тока (кривые *4-5*) продолжает смещаться вглубь материала. В случае данного решения амплитуда плотности тока сохраняется, что обусловлено заданными граничными условиями и линейной зависимостью удельного сопротивления с температурой. В общем же случае амплитуда может как увеличиваться, так и уменьшаться.

Обобщение решения А. Брайанта для произвольной температурной зависимости удельного сопротивления приведено в статье [43]. В работе [51] детально исследованы решения задачи нелинейной диффузии в проводящее полупространство (1.6) для различных степенных температурных зависимостей удельного сопротивления и закона нарастания магнитного поля на границе.

Рассмотренные в этом разделе уравнения (1.1–1.4) служат основой для описания процесса магнитной диффузии. Частное решение А. Брайанта показывает особенности нелинейной диффузии, а также важность учёта температурной зависимости удельного сопротивления при моделировании сильных магнитных полей. Также различие между линейной и нелинейной диффузией ярко показано в статье [52], для геометрии прямого двугранного угла. Для комплексного изучения стойкости проводника важны не только распределения магнитного поля и температуры, но и учёт напряжений и деформаций, вызванных их воздействием. Именно этому вопросу посвящён следующий раздел.

1.2 Причины разрушения проводников в сильных импульсных магнитных полях

Сила Лоренца — это сила, которая действует на помещённый в магнитное поле проводник с током. Для дифференциальных уравнений используется сила, действующая на единицу объёма, которая может быть найдена по формуле [1]:

$$\mathbf{f} = [\mathbf{j} \times \mathbf{B}]. \tag{1.12}$$

Силовое воздействие магнитного поля на материал входит в уравнение движения [35]:

$$\nabla_i \sigma^{ji} + f^j = \rho_d a^j,$$

где σ^{ji} — тензор напряжений, a^j – вектор ускорения малого элемента сплошной среды, ρ_d – плотность. В пренебрежении инерционным членом в правой части уравнение движения редуцируется до уравнения равновесия:

$$\nabla_i \sigma^{ji} + f^j = 0, \tag{1.13}$$

В приведённых формулах подразумевается соглашение Эйнштейна о суммировании по повторяющимся индексам. В наиболее простом плоском одномерном случае, когда магнитная индукция направлена параллельно границе проводника, с учётом выражения для плотности тока (1.6) объёмная сила Лоренца и уравнение равновесия определяются как:

$$f = -\frac{B}{\mu}\frac{\partial B}{\partial x}, \quad \frac{\partial \sigma_n}{\partial x} = \frac{B}{\mu}\frac{\partial B}{\partial x}, \tag{1.14}$$

где индекс n означает направление внешней нормали к поверхности проводника. Интегрируя последнее уравнение вдоль оси x получим

$$\sigma_n = \frac{B^2 - B_G^2}{2\mu}. \tag{1.15}$$

Полученное выражение показывает, что напряжения в проводнике могут быть как сжимающими $\sigma_n < 0$, так и растягивающими $\sigma_n > 0$. Так, например в начале действия магнитного импульса, когда поле на границе заметно превышает поле в глубине, напряжения отрицательны, материал сжат. В случае, если поле на границе начинает убывать и становится слабее, чем поле, продиффундировавшее вглубь проводника, то возникают напряжения растяжения, что даже может приводить к отрыву поверхностных слоёв проводника [18, 53]. Также выражение (1.15) показывает, что в приповерхностной области при малой глубине диффузии (выраженном скин-эффекте) или в области далёкой от поверхности нормальные напряжения целиком определяются магнитным полем на границе B_G.

В более сложных экспериментальных условиях, соответствующих трёхмерной геометрии, вектор силы Лоренца содержит три ненулевые компоненты. Так в работе [54] моделировалась система, состоящая из соленоида и концентратора магнитного потока. Для импульса электрического тока в виде затухающей синусоиды амплитудой $\sim$ 600 кА и частотой $\sim$ 21,5 кГц были рассчитаны все 3 компоненты силы Лоренца в концентраторе как по глубине материала, так и вдоль внутренней поверхности в момент их максимума. Расчёты авторов [54] отчётливо показывают преобладание радиальной компоненты силы Лоренца более чем в два раза над аксиальной компонентой. Азимутальная компонента оказывается пренебрежимо малой.

Таким образом, наибольший вклад в силовое действие магнитного поля (магнитное давление) на проводник оказывает радиальная компонента силы Лоренца. Однако кроме неё ещё одним важным фактором разрушения проводника в сильном импульсном магнитном поле являются температурные напряжения, которые для большинства металлов более чем в два раза превосходят максимальное магнитное давление и являются определяющим фактором возникновения деформаций [55].

Температурные напряжения возникают в материале вследствие изменения температуры: на стадии протекания тока джоулев нагрев (1.4) приводит к увеличению температуры, а на стадии остывания температура снижается. Эти напряжения в рамках линейной теории упругости учитываются при помощи закона Гука для изотропного тела [35], который для тензоров напряжений σ^{ij} и упругих деформаций $\varepsilon^{(e)ij}$ имеет вид:

$$\sigma^{ij} = \lambda_e I_1(\varepsilon^{(e)}) g^{ij} + 2\mu_e \varepsilon^{(e)ij} - K\alpha_V T g^{ij}, \tag{1.16}$$

где первый инвариант тензора деформаций $I_1(\varepsilon^{(e)}) = \varepsilon^{(e)}_{ij} g^{ij}$, g^{ij} — метрический тензор, а коэффициенты Ламе λ_e, μ_e, модуль всестороннего сжатия K, коэффициент объёмного расширения α_V могут быть выражены через модуль Юнга E, коэффициент Пуассона ν и коэффициент линейного расширения β_V как

$$\lambda_e = \frac{E\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)}, \quad \mu_e = \frac{1}{2}\frac{E}{1+\nu}, \quad K = \frac{1}{3}\frac{E}{1-2\nu}, \quad \alpha_V = 3\beta_V. \tag{1.17}$$

С целью упрощения модели все величины, фигурирующие в (1.17), принимались постоянными, т. е. независящими от плотности, давления или температуры материала. Закон Гука

(1.16) ввиду своей линейности также может быть обращён и записан для определения упругих деформаций $\varepsilon_{ij}^{(e)}$ через напряжения

$$\varepsilon_{ij}^{(e)} = \frac{1}{E}[(1+\nu)\sigma_{ij} - \nu I_1(\sigma)g_{ij}] + \beta_V T g_{ij}, \tag{1.18}$$

где первый инвариант тензора напряжений $I_1(\sigma) = \sigma^{ij}g_{ij}$. Полные деформации, которые в общем случае представляют собой сумму тензоров упругих $\varepsilon_{ij}^{(e)}$ и пластических деформаций $\varepsilon_{ij}^{(p)}$, при бесконечно малых относительных перемещениях выражаются через вектор перемещений $\mathbf{w}$ как

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\nabla_i w_j + \nabla_j w_i). \tag{1.19}$$

Уравнения (1.13), (1.16) и (1.19) образуют замкнутую систему и позволяют описывать механику процесса при упругих деформациях, т. е., когда $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{(e)}$. В случае, если напряжения достигают некоторой критической величины, хрупкий материал начинает разрушаться, а пластический материал, каким являются большинство проводников, начинает необратимо деформироваться. Для определения этих критических напряжений в металлах удобно и физически оправдано для многих задач использовать модель идеального упруго-пластического материала (рис. 1.2), где граница упругой и пластической обасти определяется на основании условия пластичности Мизеса [35]:

$$I_2(S) = \frac{2}{3}\sigma_y^2, \quad I_2(S) = S^{ij}S_{ij}, \quad S^{ij} = \sigma^{ij} - \frac{1}{3}I_1(\sigma)g^{ij}, \tag{1.20}$$

где $I_2(S)$ — второй инвариант девиатора тензора напряжений S^{ij}, σ_y — предел текучести материала при одноосном растяжении. В рамках модели идеального упруго-пластического материала предел текучести σ_y не зависит от величины накопленных пластических деформаций, но может зависеть от температуры, т. е. $\sigma_y = \sigma_y(T)$.

Модель требует использования дополнительных соотношений, поскольку в этом случае полная деформация ε_{ij}:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{(e)} + \varepsilon_{ij}^{(p)}. \tag{1.21}$$

Чтобы замкнуть систему уравнений, применяется ассоциированный закон пластического течения, который при использовании условия Мизеса (1.20) имеет вид:

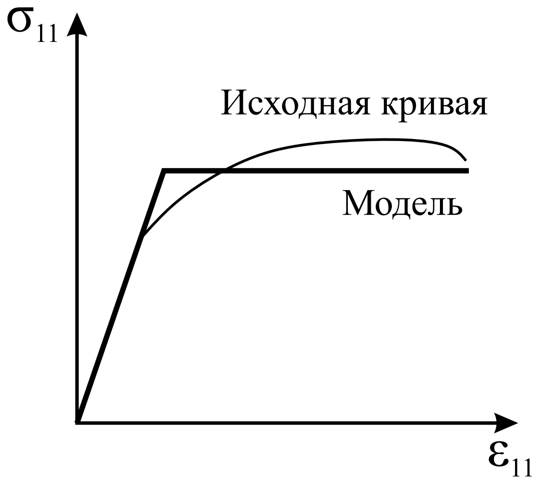

Рис. 1.2. Модель идеального упруго-пластического материала при одноосном растяжении.

$$d\varepsilon_{ij}^{(p)} = 2d\lambda_p(\sigma_{ij} - \frac{1}{3}I_1(\sigma)g_{ij}) = 2d\lambda_p S_{ij}, \tag{1.22}$$

где $d\lambda_p$ — некоторая бесконечно малая положительная скалярная величина [35]. И замыкает систему условие сохранения объёма при пластическом деформировании [56]:

$$I_1(\varepsilon^{(p)}) = 0, \tag{1.23}$$

где первый инвариант тензора пластических деформаций $I_1(\varepsilon^{(p)}) = \varepsilon_{ij}^{(p)} g^{ij}$. Таким образом, уравнения (1.13), (1.16), (1.19) – (1.23) замыкают систему необходимых уравнений для решения механической задачи, и достаточны для описания упруго-пластических деформаций материала в рамках представленной модели (рис. 1.2).

Знание напряжений и деформаций в материале позволяет делать вывод о его стойкости в заданных условиях, или, другими словами, о возможном разрушении. В первом приближении проводник может приниматься хрупким, тем самым игнорируется наличие горизонтального участка на рис. 1.2. Возрастание напряжений в таком материале до значений, соответствующих выполнению условия Мизеса (1.20), будет означать хрупкое разрушение проводника. В более сложном и близком эксперименту случае, когда учитывается пластичность проводника, в первую очередь оценивается размах пластической деформации $\Delta\varepsilon^{(p)}$, то есть разница между максимальной деформацией сжатия, достигаемой при нагреве, и наибольшей деформацией растяжения при полном охлаждении [57]. В случае, если последнее значение ненулевое, найденная разница позволяет оценить ресурс при помощи формулы

Коффина-Мэнсона [58]:

$$\Delta\varepsilon^{(p)}\sqrt{n_f} = \varepsilon_f/2, \tag{1.24}$$

где n_f — количество циклов до разрушения, ε_f — критическая пластическая деформация, которая является табличной для каждого материала и обычно имеет порядок единицы. Механизм разрушения, для которого используется формула (1.24), носит название малоцикловой усталости. По определению это процесс постепенного накопления деформаций, количество циклов в котором не превосходит 10^5 [59]. Если же проанализировать, какое количество циклов выдерживают в эксперименте по генерации сильных магнитных полей индукторы, то обычно это десятки импульсов [17, 49]. Столь небольшое количество объясняется ещё одной особенностью разрушения.

Усиление плотности тока на неоднородностях приводит к значительному снижению количества импульсов, которое может выдержать материал, поскольку возникает высокая мощность тепловыделения ρj^2, а следовательно бóльшие напряжения и деформации. В качестве неоднородностей могут выступать, например, микротрещины, поверхностные неровности, высокорезистивные внутренние включения. Анализ в работе [29] показал, что в цилиндрическом проводнике с аксиальным электрическим током амплитудой 6 кА в случае, если толщина скин-слоя много больше радиуса сферического высокорезистивного включения внутри материала, плотность тока на границе данного включения локально может увеличиваться в 1.5 раза. В этой же работе было также проанализировано как наличие гладких периодических неровностей в виде последовательности выступов и впадин на поверхности цилиндрического проводника радиусом 0.5 мм, которые могут остаться на поверхности вследствие обработки резцом, приводит к усилению плотности тока на впадинах. Усиление в зависимости от геометрии неровности составляло около 40 %.

Автором [60] исследовано влияние шероховатостей на величину интегральной, т. е. по всему проводящему объему, мощности омических потерь в двумерной геометрии проводящего полупространства. Показано, что наличие на поверхности медного проводника поперечной к направлению тока шероховатости в форме периодических квадратных неровностей со стороной равной двум толщинам скин-слоя, составляющей в изучаемых условиях $\delta \approx 0.7$ мкм, приводит к повышению интегральной мощности тепловыделения примерно на 60 % по сравнению с идеально гладкой поверхностью. При этом вопрос о пространственном распределении мощности тепловыделения и амплитуде локальных максимумов, представляющий основной интерес с точки зрения формирования «слабых» мест на проводящей поверхности, в работе [60] не рассматривался.

Феномен усиления плотности тока на неоднородностях типа трещины или надреза с последующим быстрым разрушением проводника известен в литературе как «эффект пилы» [1, 16, 18–20, 61]. Возникающий джоулев нагрев приводит к образованию круговых кратеров со следами течения (рис. 1.3) и выбросу расплавленного металла в виде искр в случае генерации сильных магнитных полей амплитудой 50 Тл и выше. Из-за быстрого роста первоначальной неоднородности в некоторых работах даже рассматривается возможность использование эффекта для резки листовых металлов [62].

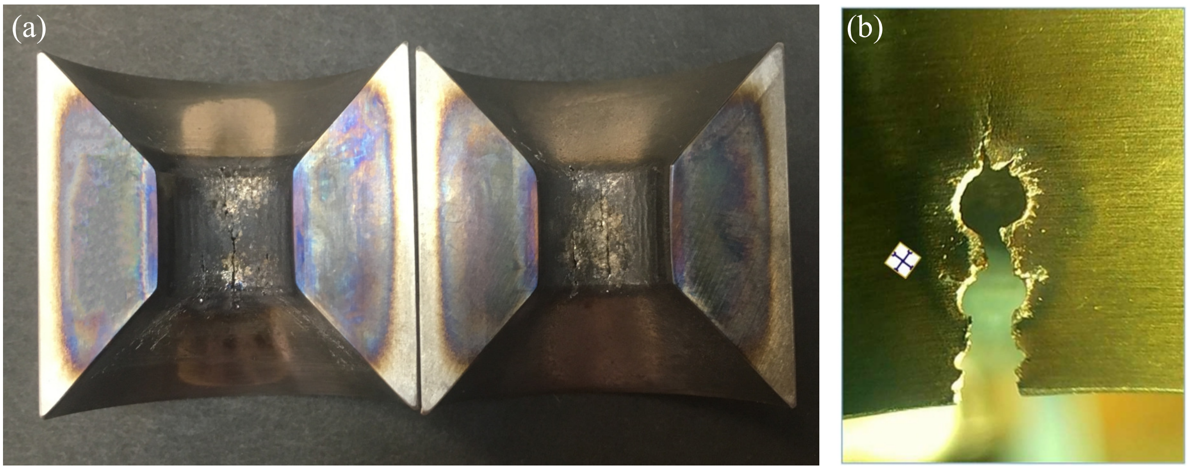

Рис. 1.3. (a) — пример концентратора магнитного потока с разрушенной поверхностью, используемого в экспериментах ИЭФ УрО РАН. (b) — дефект кромки соленоида из бронзы БрОФ 6.5-0.15 после двенадцати импульсов тока амплитудой 160 кА и периодом ≈ 13 мкс из работы [61].

Ввиду того, что появление трещины в условиях генерации сильных магнитных полей неизбежно приведёт к быстрому разрушению материала, вместо формулы Коффина-Мэнсона (1.24), не учитывающей «эффект пилы», тем самым завышающей ресурс материала, логично выбрать для анализа стойкости условие, исключающее образование трещин. Они возникают, если остаточные напряжения, т. е. напряжения в материале на момент полного охлаждения, превышают его предел прочности [63]. Пределы прочности и текучести в металлах имеют близкие значения, при этом достижение напряжениями в материале соответствующих значений приводит к пластической деформации. А значит, если на момент полного охлаждения напряжения в материале не вызывают пластического течения, то не возникает условий для инициирования механизма малоцикловой усталости, и как следствие, проводник в таких условиях может служить неограниченно долго. Этот критерий наряду с критерием хрупкого разрушения, описанный выше, будет использован в настоящей диссертационной работе при определении максимально допустимой нагрузки на материал проводника, не приводящей к разрушению.

1.3 Способы повышения стойкости проводника в импульсном магнитном поле

Создание высокорезистивного пространственного профиля удельного сопротивления в приповерхностном слое проводника является одним из перспективных методов повышения стойкости проводящей поверхности в сильном импульсном магнитном поле. В книге Г. А. Шнеерсона [18], которая стала одной из основополагающих в исследовании сильных магнитных полей, автор показывает, что «смещение максимума плотности тока в среде с возрастающей по глубине электропроводностью приводит к более равномерному выделению энергии и к снижению общего уровня джоулевых потерь». Например, для плоского проводника с экспоненциально спадающим вглубь удельным сопротивлением, увеличенным на поверхности в 100 раз, максимальное энерговыделение при синусоидальном изменении внешнего поля согласно оценкам авторов [64] может быть снижено более чем втрое. Также Г. А. Шнеерсон на основании гипотезы, что оптимальным профилем удельного сопротивления является профиль, обеспечивающий независимость мощности тепловыделения от координаты $\rho(x)j^2(x,t) = \varphi(t)$ получил формулы для вычисления такого профиля при экспоненциальном законе нарастания магнитного поля на границе [65]. Автор утверждает, что теоретически энерговыделение может быть сколько угодно мало, если удельное сопротивление на поверхности много больше соответствующего значения внутри материала. Идея была в дальнейшем развита для двумерной задачи диффузии магнитного поля в рельсовом ускорителе и показано возможное снижение независящего от координаты нагрева при помощи высокорезистивного профиля более чем в 5 раз [66]. Впервые задача моделирования двухслойной проводящей среды была поставлена польскими учёными в статье [67]. Моделировался бронзовый проводник с покрытием из нержавеющей стали, при воздействии униполярного синусоидального импульса. Было показано 25 % снижение нагрева по сравнению с однородным проводником. В пионерской экспериментальной работе тех же авторов [68], на одновитковый соленоид из бериллиевой бронзы был нанесён 0,6 мм слой из стали 55. Такой двухслойный соленоид позволил генерировать около 70 импульсов длительностью несколько микросекунд и амплитудой около 52 Тл без заметных повреждений. Достигнутое экспериментально снижение тепловыделения в исследовании авторов для двухслойной системы также составило 25 % [69]. Другие исследования двухслойных проводников показали снижение нагрева примерно на 30 [70] и 40 % [18]. При этом также снижение тепловыделения было наиболее эффективным при равенстве нагрева на границах раздела.

В литературе встречаются исследования и для числа слоёв более двух. Так для трехслойной среды максимальное снижение нагрева составило 50 % [18,32]. А в работе [33] была поставлена задача оптимизации: при одинаковой толщине N слоёв, определить удельные сопротивления слоёв $(\rho_1, \rho_2, ..., \rho_N)$, которому будет соответствовать минимально возможное значение максимального нагрева проводящей среды. Так для импульса в виде затухающей синусоиды показано снижение максимального нагрева на 54 % для четырёхслойного покрытия и на 68 % для двадцатислойного относительно нагрева однородного проводника. Что касается вопроса оптимального количества слоёв для аппроксимации непрерывного распределения, то в статье приводится число 5 для покрытия с увеличением удельного сопротивления на поверхности в 10 раз. Аппроксимация бóльшим количеством слоёв излишне усложняет конструкцию среды, а использование меньшего количества слоёв не обеспечивает необходимой близости значения нагрева к предельному. При этом авторы отмечают, что наиболее перспективными являются покрытия с 4-8 слоями и изменение нагрева в диапазоне 10-20 слоёв становится незначительным. Экспериментально создание высокорезистивных слоёв в сталях с сопротивлением в 3-4 раза выше, чем в основной части материала возможно например благодаря технологии диффузионного хромирования [17,71,72].

Оптимизация формы импульса магнитного поля — это ещё один способ снижения максимального нагрева. В работах [32,73] приведены результаты оптимизации, обеспечивающей минимум энерговыделения при фиксированном интеграле действия:

$$P = \frac{1}{2\mu} \int_{0}^{\infty} B_e^2(t) dt,$$

где $B_e(t)$ – определяет закон изменения магнитного поля на границе проводника. Одно из возможных решений обеспечило нагрев поверхности проводника, близкий к результату воздействия униполярного импульса в форме первого полупериода синусоиды. Эффект снижения составил не более 3.5 %. В работе [33] было показано, что дополнительное снижение нагрева за счёт оптимизации формы импульса не превышает 8 % относительно соответствующих значений, полученных в результате оптимизации зависимости удельного сопротивления многослойного проводника, при воздействии униполярного импульса. Форма оптимизированного импульса, полученного авторами [33], как показывает рис. 1.4, представляет собой нечто среднее между параболой и эллипсом и оказывается заметно шире, чем полуволна синуса. Малая эффективность, а также сложность обеспечения необходимой формы импульса, вместо широко распространённых в установках форм первого полупериода синусоиды или затухающей синусоиды делает применение этого способа менее перспективным, чем предыдущий, хотя и приводит к снижению нагрева.

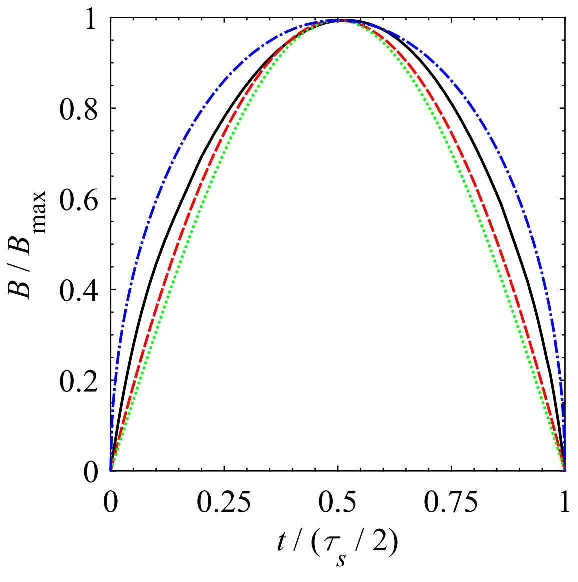

Рис. 1.4. Оптимизированный по критерию минимума нагрева импульс магнитного поля периодом τ_s и амплитудой $B_{\max}$ в сравнении с другими формами импульса. Сплошн. линия – оптимальный сигнал из работы [33], штрих. линия – сигнал в виде параболы, пункт. линия – полуволна синуса, штрих-пункт. линия – сигнал в виде эллипса.

Общим недостатком приведённых работ по изучению способов повышения стойкости проводника за счёт создания высокорезистивного профиля и оптимизации импульса магнитного поля является то, что в моделях не учитывалось изменение удельного сопротивления с температурой, что для типичных режимов генерирования сильных магнитных полей амплитудой выше 40 Тл является значимым фактором (см. рис. 1.1). А также в модели не включались уравнения механики, описывающие напряжения и деформации, что не позволяло одновременно учесть и вклад силового действия магнитного поля, и вклад температурных напряжений. Модели по генерации аксиального магнитного поля, построенные в рамках настоящей диссертационной работы, учитывают перечисленные физические особенности.

Другие способы включают в себя усовершенствование конструкции установки по генерации сильных магнитных полей. В работе [74] показано, что механические напряжения в тонкостенной обмотке соленоида, возникающие при получении сильного импульсного магнитного поля, могут быть значительно уменьшены, если обмотка находится в области между двумя магнитами, создающими скрещенные поля. Напряжения могут составлять менее одной десятой от магнитного давления генерируемого поля, что позволяет при механических напряжениях в 1 ГПа создавать магнитные поля с индукцией около 170 Тл. Такие соленоиды принято называть квазибессиловыми. Более подробно этот подход описан в работах [75–77].

Ещё одним способом можно считать изначальный выбор материала индуктора с наиболее подходящими свойствами, среди которых обычно выделяют высокую проводимость, механическую прочность, температуру плавления. Так например статья [54] посвящена изучению усталостного разрушения концентратора магнитного потока из коммерческого сплава на основе меди «Siclanic S». В работе [78] приведено сравнение действия полупериода синусоидального импульса магнитного поля длительностью 10 и 100 мкс на сталь 45, бронзу БрХЦр, тантал и молибден. Последние два материла показали наибольшую стойкость. К аналогичным выводам о преимуществах тантала и молибдена приводит статья [57]. Также в настоящее время активно ведутся исследования по разработке индукторов из медно-ниобиевого композита [79]. В данной диссертационной работе будет изучено какие характеристики однородного материала являются наиболее важными с точки зрения стойкости в сильном импульсном магнитном поле и сформулированы рекомендации по выбору материала.

1.4 Выводы к Главе 1

В настоящей главе были описаны достигнутые результаты, известные в литературе на момент написания диссертации, а именно:

1. Приведены основные уравнения, описывающие физику процесса в линейном и нелинейном случае. Нелинейной задачу делает учёт температурной зависимости удельного сопротивления. С помощью частного аналитического решения А. Брайанта [34] показана характерная особенность нелинейной диффузии, которая заключаются в смещении плотности тока от поверхности вглубь материала, т. н. «пик-эффект», наблюдаемый при амплитуде магнитной индукции выше 40 Тл. В приведённых в этой главе исследованиях изучался только линейный случай. Существенным отличием настоящей диссертационной работы является моделирование процесса диффузии сильного аксиального импульсного магнитного поля с учетом влияния нагрева проводника на его удельное сопротивление.

2. Выделены основные факторы разрушения проводников в сильных импульсных магнитных полях. Первым из них является сила Лоренца, вызванная взаимодействием магнитного поля с протекающим электрическим током. Исследования показали, что преобладающее значение в концентраторе магнитного потока [54] имеет её радиальная компонента. Вторым и более важным фактором являются температурные напряжения, поскольку для большинства металлов они более чем в 2 раза превосходят максимальное магнитное давление, вызванное силой Лоренца [55]. Третьим фактором особенно быстрого разрушения является усиление плотности тока и как следствие джоулева нагрева на неоднородностях таких высокорезистивные включения, трещины и надрезы («эффект пилы»). В рамках линейной теории упругости и модели идеального упругопластического тела сформулированы и обоснованы критерии для определения предельной нагрузки на материал, с помощью которых в диссертационной работе определялись условия, в которых проводник может эксплуатироваться неограниченно долго.

3. Перечислены основные способы повышения стойкости проводника. Под стойкостью понимается способность материала выдерживать без разрушения термомеханические нагрузки, создаваемые в нём сильным импульсным магнитным полем. Показано, что

перераспределение джоулева нагрева за счёт создания пространственного профиля с повышенным удельным сопротивлением приводит к более равномерному энерговыделению. Для двухслойного профиля было показано снижение тепловыделения от 25 до 40 % [18, 69, 70], для 4 слоёв нагрев уменьшился на 54 % и для 20 слоёв на 68 % [33]. Экспоненциальный профиль с увеличенным сопротивлением на поверхности в 100 раз позволял снизить тепловыделение более чем втрое [64]. Ещё одним способом является оптимизация формы импульса магнитного поля, снижение омического нагрева от которого не превышало 8 % [33]. Также известным подходом является усовершенствование конструкции установки, например, помещение проводника в скрещенные магнитные поля между двумя магнитами позволяет существенно снизить возникающее магнитное давление [75–77]. И последний способ — это использование и разработка материалов с улучшенными свойствами в частности высокой проводимостью, механической прочностью. В диссертационной работе эффективность большинства из перечисленных способов детально исследована и сформированы рекомендации и ожидаемые результаты от их применения.

Проведённый литературный обзор показал высокую актуальность и необходимость проведения исследований, проделанных в настоящей диссертационной работе, которые направленны на

- Моделирование нелинейной магнитной диффузии, возникающих термомеханических напряжений и деформаций в плоском проводящем слое, одиночном одновитковом соленоиде и концентраторе магнитного потока, помещённого внутрь одновиткового соленоида, подключённого к RLC-контуру.

- Изучение основных характеристик протекающих электрофизических процессов в рамках построенных моделей и исследование эффективности предложеных ранее и новых способов повышения стойкости проводника в сильных импульсных магнитных полях.

- Проведение двумерного моделирования диффузии азимутального импульсного магнитного поля в цилиндрический проводник с аксиально-симметричными неровностями на поверхности и анализ в их окрестности особенностей пространственных распределений плотности тока и мощности тепловыделения.

Глава 2. Плоский проводник в импульсном магнитном поле

Начнем представление результатов работы с наиболее простой геометрии плоского проводника. Во-первых, данная модель позволяет существенно упростить описание магнитной диффузии и сопутствующих процессов в проводящем материале. А во-вторых, в приближении выраженного скин-эффекта, т. е. малости толщины скин-слоя (1.5) относительно внутреннего радиуса рабочей поверхности индуктора, модель корректно описывает процессы в толстых цилиндрических одновитковых соленоидах или концентраторах магнитного потока [18].

2.1 Описание модели

Рассмотрим плоскую пластину параллельную плоскости Oyz декартовой системы координат с началом при $x = 0$, уходящую в положительном направлении оси Ox (рис. 2.1). Примем, что магнитное поле на границе и вблизи неё, т. е. в области $x \leq 0$, ориентировано вдоль оси Oz, тогда во всём пространстве $\mathbf{B} = \big(0, 0, B\left(x, t\right)\big)$, плотность тока в пластине имеет только y-компоненту $\mathbf{j} = \big(0, j\left(x, t\right), 0\big)$, а тензоры напряжений σ^{ij} и деформаций ε_{ij} имеют вид:

$$\sigma^{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_t & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_t \end{pmatrix}, \quad \varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Уравнение магнитной диффузии (1.2), выражение для плотности тока (1.1) и уравнение теплопроводности (1.4) в этом случае запишутся как:

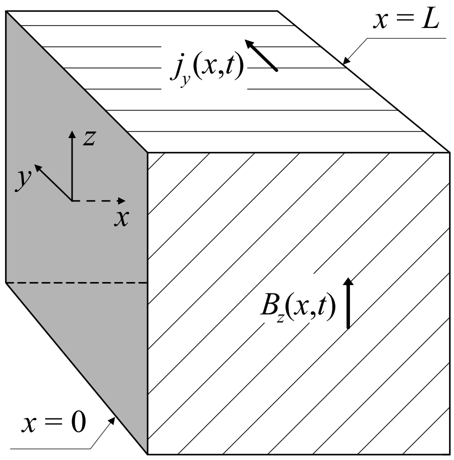

Рис. 2.1. Геометрия модели плоского проводника.

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho}{\mu}\frac{\partial B}{\partial x}\right), \quad j = -\frac{1}{\mu}\frac{\partial B}{\partial x}, \quad c\frac{\partial T}{\partial t} = \lambda\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \rho j^2 + \sigma_x\frac{\partial \varepsilon_x}{\partial t}. \tag{2.1}$$

Для описания влияния нагрева на изменение удельного сопротивления материала ρ примем линейную зависимость ρ от температуры. Также будем полагать, что даже в начальном состоянии, до нагрева, удельное сопротивление может быть функцией координаты x, в связи с поверхностной модификацией материала. С учетом этого пространственный профиль удельного сопротивления описывается выражением:

$$\rho(x,t) = \rho^* \left[\gamma(x) + k_\rho T(x,t)\right], \tag{2.2}$$

где ρ^* – начальное электрическое сопротивление материала вдали от модифицированной поверхности, k_ρ – температурный коэффициент сопротивления, T – приращение температуры от начального значения. Коэффициент k_ρ в этой и последующих главах принимался постоянным, поскольку его изменение даже для материалов с заметно отличающимся сопротивлением не столь значительно. К примеру, удельное сопротивление меди [80] и стали 30ХГСА [50] отличаются примерно в 25 раз (1.7 и 42 мкОм·см, соответственно), в то время как коэффициент k_ρ отличается примерно в 3 раза ($4.3 \cdot 10^{-3}$ и $1.4 \cdot 10^{-3}$ 1/К, соответственно). Кроме того, не известно какой-либо строгой зависимости между удельным сопротивлением материала и температурным коэффициентом удельного сопротивления и даже у материалов с одинаковым удельным сопротивлением коэффициент k_ρ может отличаться [80]. Начальная модификация материала $\gamma(x)$ задавалась в виде трёхпараметрической функции:

$$\gamma\left(x\right)=1+\gamma_0\exp\left[-\left(\frac{x}{\delta_M}\right)^{N_\gamma}\right], \tag{2.3}$$

где γ_0 – «амплитуда» модификации, δ_M – эффективная глубина модифицированного слоя и $N_\gamma \geq 1$ – параметр, характеризующий резкость перехода на границе модифицированного слоя. При $N_\gamma = 1$ мы имеем достаточно плавное, экспоненциальное изменение удельного сопротивления, с увеличением N_γ зависимости $\gamma(x)$ приобретают более резкий характер вплоть до ступенчатого профиля, который формально соотвествует $N_\gamma \to \infty$ (рис. 2.2a). Значения $N_\gamma < 1$ соответствуют расходимости производной функции $\gamma(x)$ на поверхности $x = 0$, и нами не рассматривались.

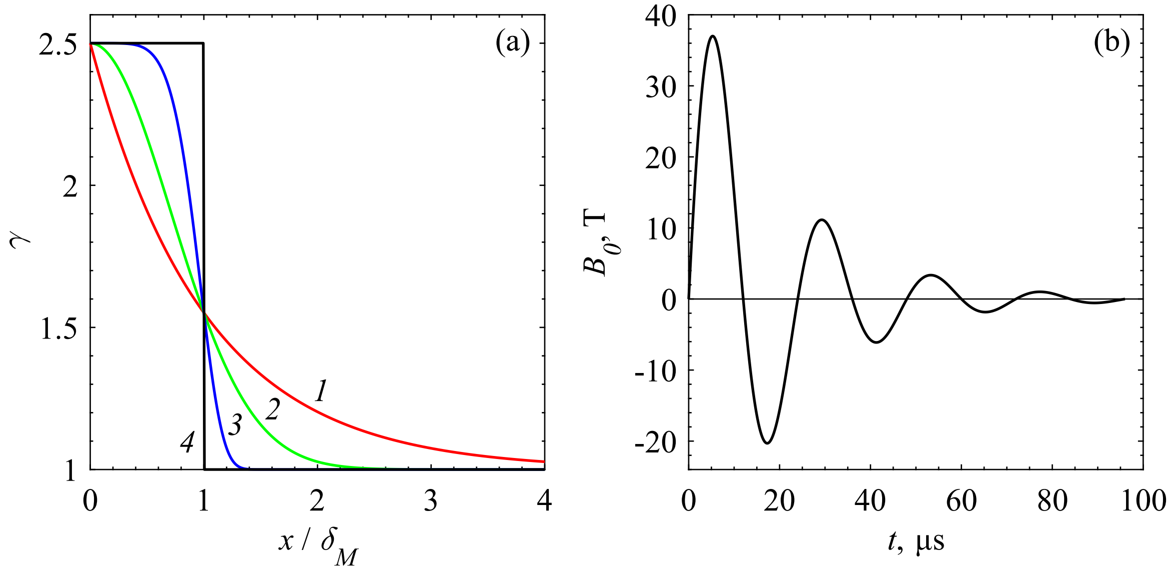

Рис. 2.2. (a) — профили γ, определяющие начальное удельное сопротивление материала (2.3). Кривые построены для параметра $\gamma_0 = 1.5$ и значений: линия *1* – $N_\gamma = 1$, *2* – $N_\gamma = 2$, *3* – $N_\gamma = 6$, *4* – ступенчатый профиль ($N_\gamma \to \infty$). (b) — пример импульса магнитного поля на границе $x = 0$ с амплитудой 37 Тл (2.4) при параметрах $B_m \approx 49$ Тл, $\tau_e = 20$ мкс, $\tau_s = 24$ мкс.

Для уравнений (2.1) использовались нулевые начальные условия, которые означают отсутствие магнитного поля и нагрева в области проводящего материала в начальный момент, т. е. $B(x,0) = 0$ и $T(x,0) = 0$. Граничные условия для уравнения магнитной диффузии — заданный импульс на границе $x = 0$ (рис. 2.2b) и нулевое поле на противоположной границе $x = L$:

$$B\left(0,t\right)=B_0\left(t\right)=B_m\exp\left(-\frac{t}{\tau_e}\right)\sin\left(\frac{2\pi t}{\tau_s}\right),\quad B\left(L,t\right)=0. \tag{2.4}$$

Граничные условия для уравнения теплопроводности T — адиабатичность обеих поверхностей во время импульса магнитного поля:

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=L} = 0. \tag{2.5}$$

При $t > 4\tau_s$ граничное условие на внешней границе изменяется на

$$T(L,t) = 0, \tag{2.6}$$

что необходимо для моделирования остывания проводящего материала, после импульсного нагрева, связанного с диффузией магнитного поля (2.4). Уточним также, какие условия были использованы в точке i, при $x = \delta_M$, ступенчатого профиля модификации, где функция $\gamma(x)$ скачком меняет свое значение с γ_0 до 1. Для индукции магнитного поля B это условие равенства магнитных и электрических полей в точке i:

$$\begin{cases} B_{-i} = B_{+i} \\ \rho_{-i} \frac{\partial B}{\partial x}\Big|_{-i} = \rho_{+i} \frac{\partial B}{\partial x}\Big|_{+i} \end{cases} \tag{2.7}$$

Для уравнения теплопроводности применялось условие равенства температур и тепловых потоков по обе стороны поверхности $x = \delta_M$, т. е. отсутствие «источников» и «стоков» энергии в плоскости $x = \delta_M$:

$$\begin{cases} T_{-i} = T_{+i} \\ \lambda_{-i} \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{-i} = \lambda_{+i} \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{+i} \end{cases} \tag{2.8}$$

Коэффициенты теплопроводности λ_{-i} и λ_{+i} для ступенчатого профиля, а также коэффициент теплопроводности для градиентных профилей (кривые *1-3* на рис. 2.2а) равнялись постоянному значению λ. В диссертации не учитывался закон Видемана-Франца, согласно которому коэффициент теплопроводности зависит от удельного сопротивления и температуры, ввиду рассмотрения быстрых импульсов с характерными длительностями десятки микросекунд, в течение которых теплообмен не оказывает значительного влияния.

Объёмная сила Лоренца и уравнение равновесия, как отмечалось выше (1.14–1.15), в плоской геометрии имеют вид:

$$f = -\frac{B}{\mu}\left(\frac{\partial B}{\partial x}\right), \quad \sigma_x = \frac{B^2 - B_0^2}{2\mu}. \tag{2.9}$$

Закон Гука для напряжений (1.16) в дифференциальной форме запишется как:

$$
\begin{aligned}
d\sigma_x &= (\lambda_e + 2\mu_e)\, d\varepsilon_x^{(e)} + 2\lambda_e d\varepsilon_t^{(e)} - K\alpha_V dT, \\
d\sigma_t &= \lambda_e\ d\varepsilon_x^{(e)} + 2\left(\lambda_e + \mu_e\right)\ d\varepsilon_t^{(e)} - K\alpha_V dT.
\end{aligned}
\tag{2.10}
$$

На границе $x = 0$ принимались равными нулю нормальные напряжения, т. е. $\sigma_x = 0$, граница $x = L$ также как и боковые грани считалась закреплённой, а значит перемещения на них отсутствуют. Это означает, что тангенциальная деформация в упругой области $d\varepsilon_t = d\varepsilon_t^{(e)} = 0$ согласно (1.19). Тогда уравнения (2.10) с учётом выражений для коэффициентов Ламе (1.17) могут быть записаны в виде:

$$
\begin{aligned}
d\sigma_t &= \frac{\nu}{1-\nu} d\sigma_x - \frac{E\beta_V}{1-\nu} dT, \\
d\varepsilon_x^{(e)} &= \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu} \frac{d\sigma_x}{E} + \frac{1+\nu}{1-\nu}\beta_V dT.
\end{aligned}
\tag{2.11}
$$

Для определения предельных упругих напряжений условие пластичности Мизеса (1.20) имело вид:

$$
|\sigma_x - \sigma_t| = \sigma_y\left(T\right), \quad \sigma_y\left(T\right) = \sigma_{y,0}\left(1 - \frac{T}{T_{\mathrm{melt}}}\right), \tag{2.12}
$$

где $\sigma_{y,0}$ – предел текучести при комнатной температуре, T_{melt} – приращение температуры, соответствующее плавлению. Уравнение (1.21) для полной деформации при пластическом течении в данной модели приводит к двум уравнениям:

$$
d\varepsilon_x^{(e)} + d\varepsilon_x^{(p)} = d\varepsilon_x, \quad d\varepsilon_t^{(p)} + d\varepsilon_t^{(e)} = 0, \tag{2.13}
$$

а условие сохранения объёма для пластических деформаций (1.23) позволяет записать:

$$
d\varepsilon_x^{(p)} + 2d\varepsilon_t^{(p)} = 0. \tag{2.14}
$$

Из уравнений (2.13–2.14), следует, что найти приращения полной деформации $d\varepsilon_x$ можно через $d\varepsilon_x^{(e)}$ и $d\varepsilon_t^{(e)}$. Выражения для них удобно получить из закона Гука для деформаций (1.18), который в дифференциальной форме имеет вид:

$$
\begin{aligned}
d\varepsilon_x^{(e)} &= \frac{d\sigma_x}{E} - 2\nu\frac{d\sigma_t}{E} + \frac{\alpha_V}{3} dT, \\
d\varepsilon_t^{(e)} &= -\nu\frac{d\sigma_x}{E} + (1-\nu)\frac{d\sigma_t}{E} + \beta_V dT.
\end{aligned}
\tag{2.15}
$$

Таким образом, описанная модель позволяет комплексно описывать процессы, происходящие в плоском проводнике. Численные расчёты были выполнены по схеме Кранка-Николсона второго порядка точности для стали 30ХГСА с параметрами [80]: $c = 3688$ кДж/(м^3·К), $\lambda = 39$ Вт/(м·К), $\rho^* = 42$ мкОм·см, $k_\rho = 1.38 \cdot 10^{-3}$ 1/К, $E = 205$ ГПа, $\nu = 0.3$, $\beta_V = 13 \cdot 10^{-6}$ 1/К, $\sigma_{y,0} = 1$ ГПа, $T_{\text{melt}} = 1380$ К. Параметры внешнего магнитного поля (2.4) соответствовали импульсам, применяемым в экспериментальных исследованиях [15, 17, 49]. Характерное время затухания τ_e составляло 20 мкс и период $\tau_s = 24$ мкс.

2.2 Динамика процессов в однородном и неоднородном материале

Рассмотрим, как протекают основные процессы в материале при магнитной диффузии импульса амплитудой 37 Тл, изображённого на рис. 2.2b. Начнём с однородного материала пространственные распределения плотности тока, температуры и тангенциальных напряжений в котором продемонстрированы в различные моменты времени на (рис. 2.3(a-c)). Постепенное проникновение поля приводит к тому, что спустя четверть периода, температура поверхности уже составляет половину от максимального нагрева. Повышение температуры в приповерхностной области $<$0.1 мм вызывает деформацию сжатия ($\sigma_t < 0$) и пластическое течение в области левее излома на графике напряжений (рис. 2.3c). Правее излома $>$0.1 мм расположена зона упругой деформации, напряжения в которой снижаются при увеличении x не до нуля, а до ≈ 0.23 ГПа ввиду силового действия магнитного поля (2.9). К моменту $3\tau_s/4$ плотность тока, нагрев и зона пластических деформаций проникают глубже, при этом амплитуда напряжений вблизи поверхности снижается, ввиду температурной зависимости предела текучести (2.12). Между $3\tau_s/4$ и $4\tau_s$ небольшая разница по температуре нагрева (рис. 2.3b), т. к. магнитное поле затухает достаточно быстро (рис. 2.2b).

Во время остывания, происходящего за счёт граничного условия в точке $x = L$ (2.6), в глубине материала ($>$1.5 мм) вследствие теплообмена температура становится выше, чем во время диффузии поля, за счёт чего в этой области происходит увеличение амплитуды напряжений, а также дальнейшее незначительное расширение зоны пластических деформаций

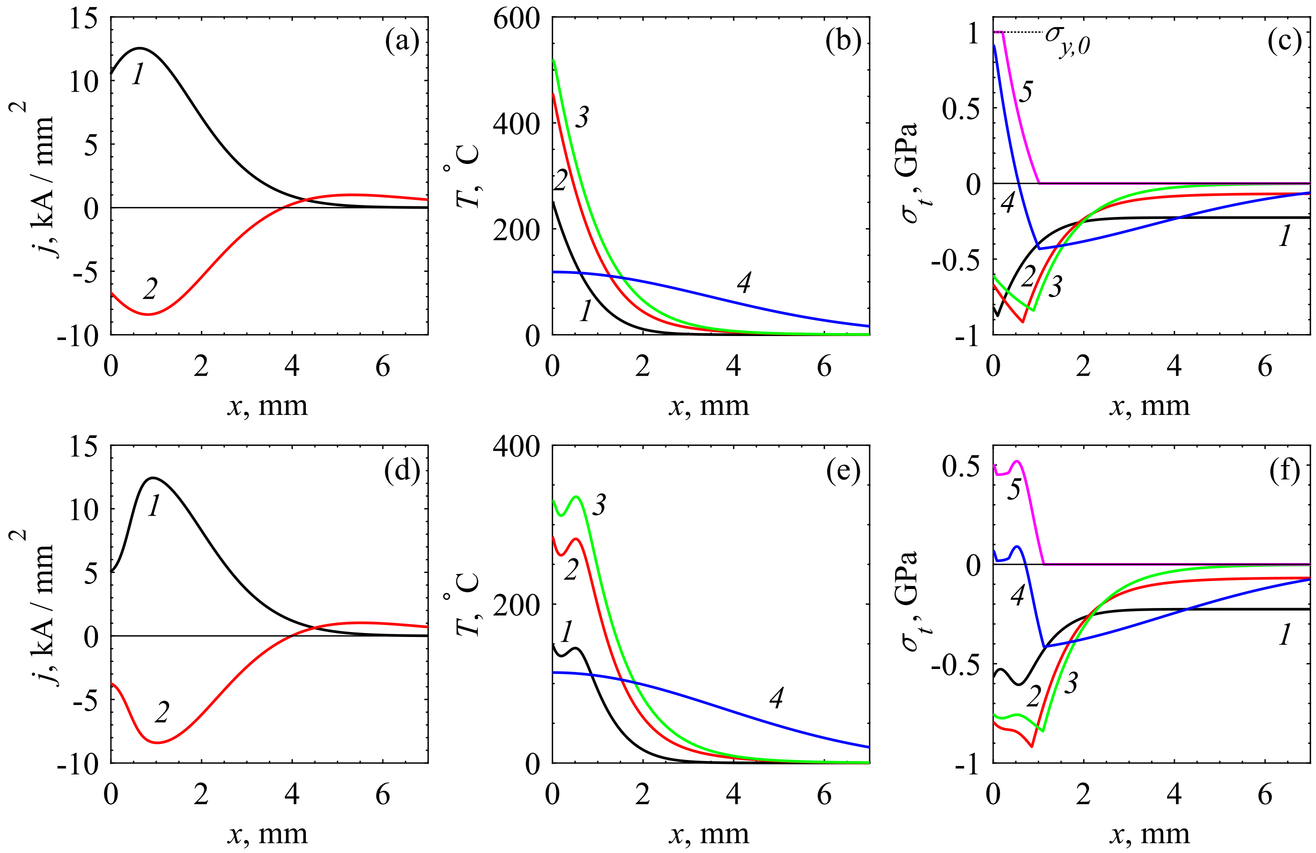

Рис. 2.3. Пространственные зависимости: (a, d) — плотности тока j, (b, e) — приращения температуры T, (c, f) — тангенциальных напряжений σ_t. (a – c) — однородный проводник, (d – f) — неоднородный материал с параметрами $\gamma_0 = 1.5$, $\delta_M = 0.4$ мм, $N_\gamma = 2$ (2.3). Кривые построены для сигнала, приведённого на рис. 2.2b, для моментов времени: *1* – $\tau_s/4$, *2* – $3\tau_s/4$, *3* – $4\tau_s$, *4* – ≈ 0.5 с, момент появления пластических деформаций растяжения в однородном материале, *5* – конец процесса.

с ≈ 0.9 до 1 мм на рис. 2.3c. В приповерхностной области (<1.5 мм) вследствие снижения температуры сжатый ранее материал начинает расширяться, тангенциальные напряжения становятся положительными, и в момент ≈ 0.5 с напряжения на поверхности достигают предела текучести. Поскольку температура в этот момент ещё заметно выше нуля ≈ 120 °C и продолжает снижаться, то начинается обратное пластическое течение материала, удерживающее величину тангенциальных напряжений на уровне предела текучести. К концу процесса охлаждения, когда температура возвращается к начальному значению, т. е. $T = 0$, в области <0.2 мм, можно наблюдать остаточные тангенциальные напряжения, в точности равные пределу текучести. Таким образом после полного остывания пространственном профиле тангенциальных напряжений видны 3 зоны: зона пластической деформации растяжения (<0.2 мм), область, где была только пластическая деформация сжатия, и зона упругих деформаций (>1 мм).

Теперь рассмотрим влияние высокорезистивного поверхностного слоя на основные параметры материала при том же импульсе $B_0(t)$ (рис. 2.3(d-f)). Параметры модификации, т. е. пространственного профиля начального удельного сопротивления, были равны $\gamma_0 = 1.5$, $\delta_M = 0.4$ мм, $N_\gamma = 2$. Как будет показано далее в этой главе, представленные значения параметров, определяющих глубину модификации (δ_M) и форму профиля (N_γ), соответствуют оптимальной модификации для профиля амплитудой $\gamma_0 = 1.5$. Высокорезистивный слой приводит к более глубокой диффузии магнитного поля, что проявляется на графике плотности тока с одной стороны в виде меньших значений j в приповерхностной области (рис. 2.3d), а с другой стороны — смещением пика плотности тока вглубь материала. Первое приводит к снижению максимального нагрева поверхности с ≈ 520 до 330 °C, второе — к появлению ещё одного температурного пика на расстоянии $x \approx 0.5$ мм (рис. 2.3e). Зона нагрева становится более протяжённой, но меньшей по амплитуде, что приводит и к снижению амплитуды напряжений на конец процесса (рис. 2.3f).

Во время остывания зона между двумя температурными пиками сглаживается. Увеличение температуры за счёт притока тепла от поверхности в глубине материала $>$1.8 мм меньше, чем в случае однородного материала, что приводит к тому, что протяжённость области пластических деформаций сжатия после $4\tau_s$ почти не увеличивается. За счёт сниженной на треть амплитуды нагрева остаточные напряжения для ситуации, изображённой на рис. 2.3, не превышают предел текучести, и как следствие, пластическое течение в области растяжения ($\sigma_t > 0$) не возникает. Положительные остаточные напряжения приводят к тому, что при втором и последующем импульсе такой же или меньшей амплитуды все деформации будут исключительно упругими. Таким образом, высокорезистивный профиль позволяет снизить нагрузку на материал и избежать инициирование механизма малоцикловой усталости (1.24), что позволит материалу служить неограниченно долго.

2.3 Выражения для температур, приводящих к различным пластическим деформациям в плоской геометрии

В ходе численного моделирования было замечено, что температуры, приводящие к появлению пластических деформаций в состояниях сжатия и растяжения в однородном плоском проводнике, не зависят от параметров импульса, и для них могут быть получены строгие аналитические выражения.

Рассмотрим момент во время диффузии поля, когда деформации в материале перестают быть только упругими и для описания напряжений помимо закона Гука (2.11) начинает использоваться условие пластичности Мизеса (2.12). Эти уравнения для точки $x = 0$ с учётом граничного условия $\sigma_x = 0$ принимают вид:

$$d\sigma_t = -\frac{E\beta_V}{1-\nu}dT, \quad |\sigma_t| = \sigma_y(T). \tag{2.16}$$

Проинтегрируем первое уравнение от начала процесса до рассматриваемого момента. Искомую температуру назовём T^x_{com}, от англ. «compression». Раскроем модуль второго уравнения со знаком «–», поскольку, как видно из рис. 2.3c, напряжения отрицательны, что соответствует состоянию тангенциального сжатия в материале:

$$\sigma_t = -\frac{E\beta_V}{1-\nu}T^x_{\mathrm{com}}, \quad \sigma_t = -\sigma_y(T^x_{\mathrm{com}}).$$

Далее, выражая T^x_{com}, получим

$$T^x_{\mathrm{com}} = \frac{1-\nu}{E\beta_V}\sigma_y\left(T^x_{\mathrm{com}}\right). \tag{2.17}$$

В случае, если предел текучести σ_y не зависит от температуры, представленное соотношение аналогично выражению, полученному авторами [57]. Однако в отличие от их соотношения, уравнение (2.17) позволяет определить пороговую амплитуду нагрева T^x_{com} для материала с произвольной температурной зависимостью предела текучести $\sigma_y(T)$. Таким образом, выражение (2.17) представляет собой обобщение результата [57].

В представленной в этой главе модели использована линейная зависимость предела текучести от температуры (2.12). В этом случае соотношение (2.17) принимает вид:

$$T^x_{\mathrm{com}} = \frac{bT_{\mathrm{melt}}}{b+T_{\mathrm{melt}}}, \quad b = \sigma_{y,0}\frac{1-\nu}{E\beta_V}. \tag{2.18}$$

Выражения (2.17) или (2.18) определяют уровень нагрева, который приводит к достижению предела упругих напряжений, после которого начинается пластическая деформация. В случае достаточно хрупкого материала, не способного к пластическому течению, этот уровень нагрева является критическим, т. е. приведёт к разрушению. Однако большинство проводящих материалов обладают свойством пластичности, т. е. способны к накоплению некоторого уровня пластических деформаций без нарушения сплошности. Для таких (пластичных) материалов уровень нагрева, определяемый соотношениями (2.17) и (2.18) не будет являться критическим. Опасность для них представляет нагрев, который приводит к повторному достижению предела текучести на стадии остывания.

Температуру, приводящую к появлению пластической деформации на стадии охлаждения, т. е. в состоянии тангенциального растяжения, назовём T^x_{ten} от англ. «tension». Чтобы получить T^x_{ten}, рассмотрим другой момент времени, когда достигается максимальная температура во время диффузии поля для той же пространственной точки $x = 0$. Исходные уравнения остаются такими же (2.16), но пределы интегрирования для первого уравнения устанавливаются от момента достижения максимальной температуры до полного остывания $T = 0$. Уравнения упругости могут интегрироваться в этом интервале, поскольку процесс упругий. Модуль для второго уравнения (2.16) раскроется со знаком «–» для момента достижения максимальной температуры T^x_{ten} и со знаком «+» для полного остывания согласно рис. 2.3c. После преобразований получим

$$T^x_{\mathrm{ten}} = \frac{1-\nu}{E\beta_V}\big(\sigma_y\left(T^x_{\mathrm{ten}}\right) + \sigma_y\left(0\right)\big), \tag{2.19}$$

Представленное соотношение подобно (2.17) является аналогом и обобщением результата, полученного авторами [57], на случай произвольной зависимости предела упругости от температуры. Для используемой в диссертационной работе линейной зависимости предела текучести от температуры (2.12) приходим к:

$$T^x_{\mathrm{ten}} = \frac{2bT_{\mathrm{melt}}}{b + T_{\mathrm{melt}}},\ b = \sigma_{y,0}\frac{1-\nu}{E\beta_V}. \tag{2.20}$$

Температуры (2.18) и (2.20) отличаются в 2 раза и для стали 30ХГСА дают значения ≈ 220.7 и 441.3 °C, соответственно. Строго говоря, полученные выражения применимы только, когда максимум температуры находится на границе, где $\sigma_x = 0$. Однако формулы также дают очень близкие численному расчёту значения, если основной нагрев локализован в глубине материала вследствие использования высокорезистивного профиля и нормальные напряжения $\sigma_x \approx 0$. Так всегда происходит для формулы (2.20), поскольку максимальная температура достигается в конце процесса, когда магнитное поле мало, а следовательно малы и нормальные напряжения. Температура возникновения пластических деформаций в состоянии сжатия T^x_{com} в зависимости от амплитуды поля может достигаться в любой момент процесса, если при этом в глубине материала $\sigma_x \neq 0$, то пластические деформации будут начинаться при более высоких температурах. Полученные выражения удобны для оценки стойкости материала в условиях высоких температурных напряжений.

2.4 Повышение стойкости плоского проводника

Стойкость проводника будет оцениваться при помощи двух различных пороговых значений амплитуды импульсного магнитного поля на поверхности проводника $B_0(t)$ (2.4). В качестве первой пороговой амплитуды будем использовать величину, которая приводит к возникновению пластических деформаций в состоянии сжатия на стадии первоначального нагрева. По аналогии с величиной T^x_{com} (2.17) будем обозначать эту пороговую амплитуду как B_{com}. Превышение этой величины импульсным магнитным полем на поверхности проводника будет приводить к его разрушению, если материал является достаточно хрупким, т. е. не обладает свойством пластичности. В качестве второй пороговой амплитуды будем использовать величину B_{ten}, которая вызывает пластические деформации на стадии остывания проводника, когда он испытывает растягивающие напряжения в тангенциальных направлениях. В этом случае материал подразумевается пластичным, т. е. допускается возникновение пластических деформаций под действием сжатия в течение первого импульса, но для последующих импульсов той же или меньшей амплитуды все деформации будут упругими, что также как и в первом случае позволит проводнику служить неограниченно долго.

Первым рассмотрим способ повышения стойкости проводника при помощи **оптимизации формы импульса** магнитного поля. В рамках сформулированной модели эта возможность может быть реализована за счет варьирования параметров импульса τ_e и τ_s (2.4). В экспериментальных установках эти параметры определяются сопротивлением и индуктивностью установки, а также емкостью используемой конденсаторной батареи. На рис. 2.4 представлены зависимости расчетных пороговых полей B_{com} и B_{ten} от τ_e при фиксированном $\tau_e = 24$ мкс и, наоборот, от τ_s при фиксированном $\tau_e = 20$ мкс. Снижение полей с увеличением τ_e, обусловлено тем, что, чем выше значение параметра, тем слабее затухание магнитного поля и более близкий к синусоидальному сигнал. Увеличение амплитуды последующей за первым полупериодом части импульса приводит лишь к дополнительному нагреву материала, поэтому наиболее перспективно использование быстрозатухающих импульсов или контура, полностью отсекающего протекание тока через индуктор после первого полупериода колебаний.

При увеличении τ_s (рис. 2.4b) частота сигнала снижается, а следовательно толщина скин-слоя (1.5) увеличивается, что снижает поверхностную концентрацию нагрева и делает его более равномерным, снижая тем самым амплитуду. Кроме того, для длинных импульсов ($\tau_s > 50$ мкс) подавление последующей за первым полупериодом части сигнала при том же значении τ_e происходит более эффективно, чем для коротких. Что касается разницы между величинами B_{com} и B_{ten}, то они с точностью <1 Тл отличаются друг от друга в $\sqrt{2}$ раз. Это объясняется тем, что приращение температуры и магнитная индукция, входящие в уравнения (2.1), относятся как $T \propto B^2$, а температуры T^x_{com} и T^x_{ten}, согласно полученным в предыдущем разделе аналитическим выражениям (2.18) и (2.20), отличаются точно в два раза.

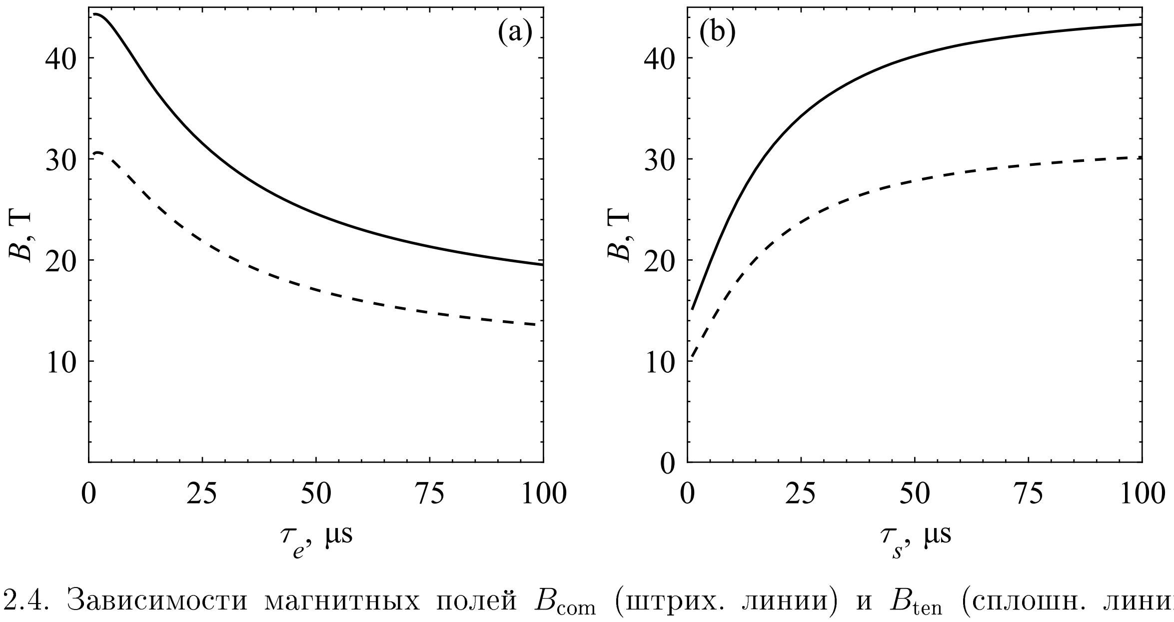

Рис. 2.4. Зависимости магнитных полей B_{com} (штрих. линии) и B_{ten} (сплошн. линии) от параметра τ_e при $\tau_s = 24$ мкс (a) и от τ_s при $\tau_e = 20$ мкс (b).

Далее проанализируем влияние различных **свойств материала** (теплоемкость c, модуль Юнга E и т. д.) на его стойкость по отношению к магнитному импульсу $B_0(t)$ (2.4) с фиксированными параметрами $\tau_e = 20$ мкс и $\tau_s = 24$ мкс. Конечно, для заданного материала изменение его индивидуальных свойств распространёнными методами легирования, термообработки, обработки давлением труднореализуемо, однако такой анализ может быть полезен для выбора исходного материала на стадии изготовления индукторной системы. Большая часть исследуемых теплофизических и механических характеристик сталей изменяется в малом диапазоне [80], и, как показали выполненные нами численные расчёты, их влияние на пороговые поля с высокой точностью соответствует линейным зависимостям. В связи с этим влияние определенного параметра (обозначим, как χ) на стойкость проводящего материала удобно представить при помощи отнормированной производной

$$P_\chi = \frac{\chi}{B_{\text{ten}}} \frac{\partial B_{\text{ten}}}{\partial \chi}. \tag{2.21}$$

χ	c	β_V	E	ν	$\sigma_{y,0}$
P_χ	0.49	-0.45	-0.45	-0.19	0.45

Таблица 2.1: Значения коэффициента P_χ (2.21) для объёмной теплоемкости c, коэффициента линейного расширения β_V, модуля Юнга E, коэффициента Пуассона ν и предела текучести при комнатной температуре $\sigma_{y,0}$.

Ограничимся рассмотрением только поля, приводящего к пластическому растяжению, поскольку выводы для B_{com} будут аналогичны. В таблице 2.1 приведены значения коэффициентов P_χ для таких параметров, как объёмная теплоемкость c, коэффициент линейного расширения β_V, модуль Юнга E, коэффициент Пуассона ν и предел текучести при комнатной температуре $\sigma_{y,0}$. Представленные значения показывают, что наибольшим влиянием на пороговое поле обладает теплоемкость c. Увеличению стойкости соответствуют более высокие значения объёмной теплоемкости, поскольку это снижает температуру нагрева. Увеличение упругих параметров ν и E, также, как и увеличение β_V, приводит к росту термоупругих напряжений при заданном нагреве (2.11), что приводит к тому, что условие пластичности Мизеса (2.12) достигается быстрее и пороговое поле снижается. Это проявляется в отрицательном знаке соответствующих значений P_χ. Повышение предела текучести, наоборот, способствует более позднему началу пластического течения. Влияние повышения $\sigma_{y,0}$ на B_{ten} оказалось таким же как и снижение значений двух предыдущих параметров. Таким образом, проведенный анализ показывает, что при прочих равных условиях в качестве проводника предпочтительнее использовать материал с высокими значениями объёмной теплоемкости и предела текучести и низкими значениями коэффициента линейного расширения и упругих параметров.

В отличие от индивидуальных параметров, перечисленных в таблице 2.1, изменение которых труднореализуемо, **начальное удельное сопротивление материала** ρ^* представляется более удобным параметром для варьирования в достаточно широких пределах. Во-первых, значения удельного сопротивления сильно отличаются для различных проводящих материалов, а во-вторых, даже для заданного материала достаточно широкое изменение величины ρ^* возможно за счет легирования, ионно-плазменной обработки, порошковых технологий, использования составных (например, биметаллических) проводящих материалов и т. д. [49,71,81,82]. В связи с этим проанализируем зависимость пороговых полей в диапазоне сопротивлений от меди 1.7 мкОм·см до высокорезистивных сталей 100 мкОм·см. При этом остальные параметры материала и температурную зависимость сопротивления, т. е. производную $\partial\rho/\partial T$ (2.2), зафиксируем на значениях, соответствующих стали 30ХГСА. Полученные таким образом зависимости B_{com} и B_{ten} представлены на рис. 2.5a. Видим, что снижение ρ^*, повышает значения пороговых полей B_{com} и B_{ten} от ≈ 23 и 32.9 Тл при $\rho^* = 100$ мкОм·см до ≈ 27.4 и 39.4 Тл при $\rho^* = 1.7$ мкОм·см, соответственно. Стоит отметить, что, увеличение пороговых полей происходит несмотря на более высокие значения плотности тока рис. 2.5b, индуцированные в поверхностном слое высокопроводящего материала. Изменение плотности тока при снижении ρ^* обусловлено в первом приближении уменьшением толщины скин-слоя, $j \propto \delta^{-1} \propto \rho^{-1/2}$ (1.5). При этом скорость поверхностного нагрева $\partial T/\partial t$, определяемая членом ρj^2 (2.1), не должна зависеть от удельного сопротивления материала, как в аналитическом решении для проводящего полупространства (1.9). В нашем же случае при одинаковом импульсе $B_0(t)$ нагрев высокопроводящего материала с $\rho^* = 1.7$ мкОм·см заметно ниже нагрева высокорезистивной стали (рис. 2.5c). Обусловлено это следующими факторами.

Во-первых, уменьшение ρ^* при фиксированной производной $\partial\rho/\partial T$ усиливает нелинейный характер магнитной диффузии. Как известно [1], характеристическое поле проявления нелинейных эффектов соответствует увеличению удельного сопротивления в 2 раза. Этот условный критерий не достигается при нагреве высокорезистивного материала, где увеличе-

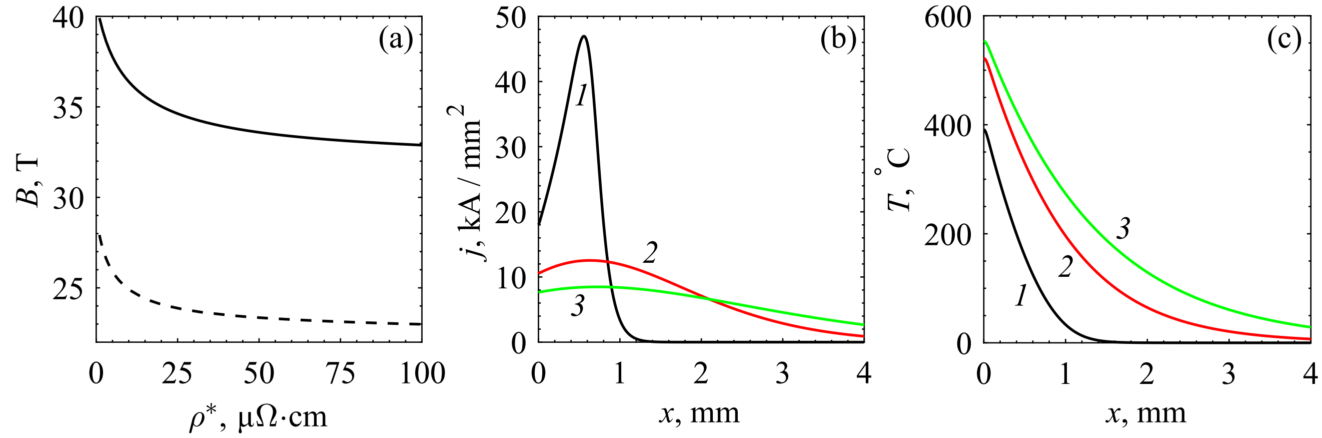

Рис. 2.5. Зависимости магнитных полей B_{com} (штрих. линии) и B_{ten} (сплошн. линии) от начального удельного сопротивления ρ^* (a), пространственные зависимости плотности тока j в момент $\tau_s/4$ (b) и приращения температуры T в момент максимального нагрева поверхности (c) для сигнала, приведённого на рис. 2.2b, при ρ^* равном: линии *1* – 1.7 мкОм·см, *2* – 42 мкОм·см, *3* – 100 мкОм·см.

ние сопротивления для условий на рис. 2.5(b-c) составляет ≈ 1.3 раза и относительно быстро преодолевается при малых значениях ρ^* с увеличением в ≈ 14.3 раз. Поэтому в высокопроводящем материале мы наблюдаем формирование так называемой волны нелинейной диффузии (рис. 2.5b), которая смещает максимум плотности тока, а следовательно, тепловыделение вглубь материала [34, 43]. Этим фактором обусловлено достаточно быстрое возрастание порогового поля на рис. 2.5a в области малых значений ρ^*. Во-вторых, снижение толщины скин-слоя от значения $\delta \approx 2.5$ мм при $\rho^* = 100$ мкОм·см до $\delta \approx 0.3$ мм при $\rho^* = 1.7$ мкОм·см заметно усиливает роль теплообмена, который также снижает тепловыделение на поверхности, вызывая более равномерное распределение нагрева по материалу. Разница в $\approx \sqrt{2}$ для B_{com} и B_{ten} сохраняется и имеет те же причины, что и для параметров импульса. Таким образом, увеличение удельного сопротивления во всем объёме материала имеет негативное влияние на стойкость проводника.

Однако эффект принципиально меняется, если удельное сопротивление повышается только в поверхностном слое (2.3). Результат для пороговых полей B_{com} и B_{ten} в зависимости от глубины модификации δ_M при использовании **высокорезистивного профиля** с $\gamma_0 = 1.5$ и различной резкостью N_γ равной 1, 2, 6 и ступенчатым профилем ($N_\gamma \to \infty$) представлен на рис. 2.6a. Выбранное значение γ_0, обеспечивающее в начальном, ненагретом состоянии удельное сопротивление на поверхности в 2.5 раза большее его величины в глубине, и равное 105 мкОм·см (2.3) практически совпадает с верхней границей диапазона сопротивлений высокорезистивных сталей, изображенного на рис. 2.5a. Зависимости пороговых полей от глубины модификации δ_M демонстрируют немонотонный характер с максимумом при некоторой оптимальной глубине модифицированного слоя $\delta_{\max}$. Для профиля с $N_\gamma = 1$ оптимальная глубина ≈ 0.36 мм, а для ступенчатого профиля $\delta_{\max} \approx 0.62$ мм. В работах, рассмотренных в Гл. 1, изучались в основном именно такие профили, однако как показывают наши расчёты при данном $\gamma_0 = 1.5$ наиболее эффективен профиль с промежуточной резкостью, соответствующий значению $N_\gamma = 2$. Такая модификация позволяет увеличить пороговое поле B_{com} с ≈ 23.5 до 30.2 Тл и B_{ten} с ≈ 33.8 до 42.5 Тл, т. е. примерно на 29 и 26 %, соответственно, относительно немодифицированного материала.

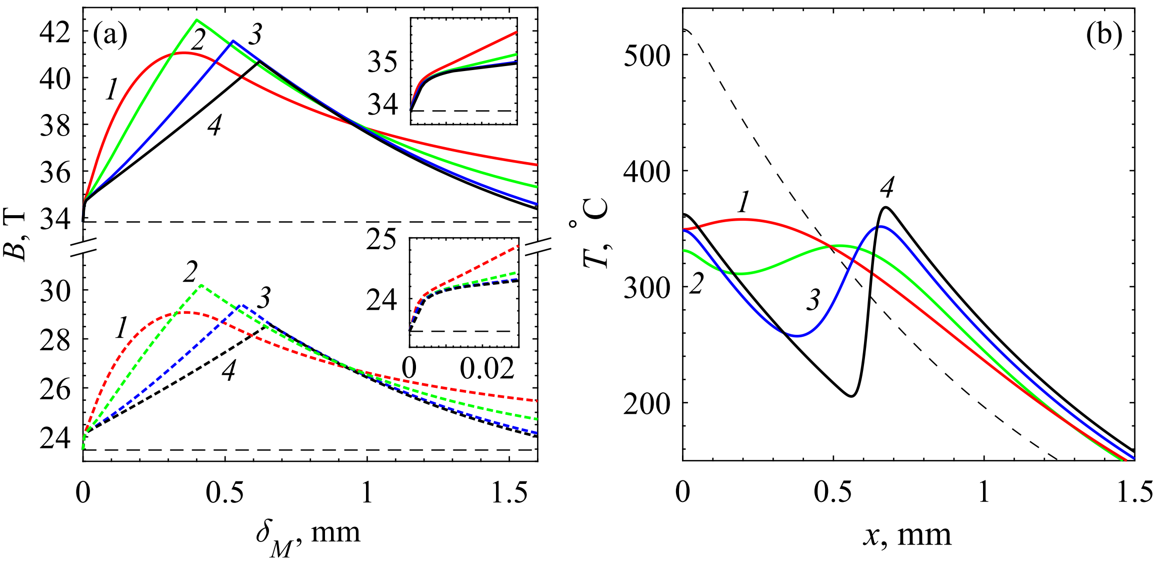

Рис. 2.6. (a) — зависимости магнитного поля B_{com} (штрих. линии) и B_{ten} (слошн. линии) от глубины модификации δ_M при $\gamma_0 = 1.5$ для значений N_γ: линия *1* – 1, *2* – 2, *3* – 6, *4* – ступенчатый профиль ($N_\gamma \to \infty$). (b) — пространственные зависимости температуры материала в момент максимального нагрева для импульса на рис. 2.2b амплитудой 37 Тл при тех же значениях γ_0, N_γ и оптимальных для каждого профиля глубинах модификации. Штриховые ненумерованные линии соответствуют однородному материалу ($\gamma_0 = 0$).

Чтобы выяснить влияние высокорезистивного слоя на величину порогового поля, рассмотрим пространственные зависимости максимального нагрева $T(x)$ (рис. 2.6b) для однородного и неоднородного материала при $\gamma_0 = 1.5$ и, как и прежде, для импульса, изображенного на рис. 2.2b амплитудой 37 Тл. Повышенное удельное сопротивление поверхностного слоя смещает значительную часть нагрева вглубь материала, в область $x > \delta_M$. Это приводит к существенному снижению температуры поверхности и формированию локального максимума нагрева во внутренних слоях. Для неглубоких модифицированных слоев $\delta_M < 10$ мкм, показанных на вставке рис. 2.6a, особенно быстрый рост порогового поля обусловлен сильным теплообменом между близко расположенными поверхностным и локальным максимумами.

При $\delta_M < \delta_{\max}$ температура поверхности оказывается ниже температуры локального максимума в глубине материала, поэтому увеличение порогового поля в этом интервале связано со снижением максимального нагрева за счёт отвода тепла от поверхности, хоть и несколько избыточным. В точке $\delta_{\max}$ для профилей с $N_\gamma > 1$ нагрев равномерно распределяется на поверхностный и локальный температурные пики, как показывает рис. 2.6b, тем самым обеспечивается наиболее оптимальное значение глубины модификации. Разница в максимальном увеличении порогового поля между профилями объясняется тем, насколько глубоко отводится от поверхности тепло, эффект усиливается с повышением резкости профиля и насколько близко получаемое распределение температуры, а следовательно, напряжений к равномерному. Профиль с $N_\gamma = 1$ хотя и обеспечивает довольно равномерное распределение, однако смещает нагрев наименее глубоко, ступенчатый профиль наоборот сильно смещает нагрев, но даёт наименее равномерную зависимость. Промежуточным и наиболее эффективным при данном γ_0 оказывается профиль с $N_\gamma = 2$. Дальнейшее увеличение δ_M после точки излома проявляется снижением порогового поля на кривых *2-4* рис. 2.6a, поскольку вместо равенства температур на поверхности и в глубине избыточный нагрев оказывается на поверхности. Кривая *1* не имеет излома, поскольку максимум температуры перемещается из глубины материала к поверхности постепенно.

2.5 Выводы к Главе 2

В настоящей главе была рассмотрена задача диффузии магнитного поля в плоский проводник с учётом возникающего нагрева и напряжений. Описана модель и основные процессы. Проведенное теоретическое исследование позволило получить следующие новые результаты

1. Выведены строгие аналитические выражения, которые позволяют оценивать опасные для проводящего материала уровни нагрева. Первое из полученных выражений определяет температуру, достижение которой приводит к возникновению пластической деформации в состоянии сжатия на стадии первоначального нагрева, что может приводить к разрушению относительно хрупкого материала. Второе из полученных выражений определяет температуру нагрева, которая соответствует появлению пластической деформации в состоянии растяжения на стадии охлаждения проводника, что приводит к

инициированию механизма малоцикловой усталости и неизбежному разрушению проводника при последующих аналогичных импульсных воздействиях.

2. Показано, что повышение стойкости проводника может быть достигнуто при воздействии относительно длинных, с периодом более 50 мкс быстрозатухающих импульсов магнитного поля. Применительно к индукторным системам это соответствует использованию электрических разрядных контуров, которые максимально эффективно отсекают протекание тока после первого полупериода электрических колебаний.

3. Показано, что в качестве проводника предпочтительнее использовать материал с высоким значением объёмной теплоёмкости, а также низким удельным сопротивлением и коэффициентом линейного расширения.

4. Обнаружено, что формирование высокорезистивного поверхностного слоя позволяет существенно увеличить амплитуду импульсного магнитного поля, выдерживаемого материалом. А именно, когда удельное сопротивление на поверхности в 2.5 раза превышает соответствующее значение в глубине материала и форма, и глубина профиля оптимальны амплитуда магнитной индукции, вызывающая пластические деформации в состоянии сжатия, увеличивается примерно на 29 % с 23.5 до 30.2 Тл. При этом амплитуда магнитного поля, вызывающая пластические деформации под действием растягивающих напряжений на стадии остывания, при той же оптимальной модификации может быть увеличена примерно на 26 % с 33.8 до 42.5 Тл.

Изложенные в настоящей главе научные результаты опубликованы в работах [36, 42, 43].

Глава 3. Цилиндрический проводник в импульсном аксиальном магнитном поле

Следующая часть диссертационной работы посвящена магнитной диффузии в одномерной цилиндрической геометрии. Модель отражает физику процессов, происходящих в протяжённых индукторах, пренебрегая краевыми эффектами, которые могут наблюдаться вблизи торцов одновиткового соленоида или концентратора магнитного потока. Хотя торцевые области особенно уязвимы за счёт повышенной концентрации плотности тока [52], изучение краевых эффектов выходит за рамки настоящего исследования. Это связано не только с повышенной сложностью проведения двумерных расчётов, но и с тем, что несмотря на наличие таких уязвимых мест, появление первоначальных дефектов поверхности и микротрещин не обязательно возникает вблизи торцов. Согласно экспериментальной работе [49], появление поверхностных дефектов может наблюдаться по всей рабочей поверхности концентратора, в том числе в удалённых от торцов областях.

3.1 Описание модели

Рассмотрим проводник в виде протяженного полого цилиндра, изображенного на рис. 3.1. Введём цилиндрическую систему координат (r, φ, z) с z-осью, совмещенной с осью проводника. Тогда индукция магнитного поля $\mathbf{B} = \big(0, 0, B\,(r,t)\,\big)$, плотность тока $\mathbf{j} = \big(0, j\,(r,t)\,, 0\big)$, смещение материала $\mathbf{w}$ возможно только в радиальном направлении, т. е. $\mathbf{w} = \big(w(r,t), 0, 0\big)$, а тензоры напряжений σ^{ij} и деформаций ε_{ij} имеют вид:

$$\sigma^{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_r & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\varphi & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{pmatrix}, \quad \varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon_r & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_\varphi & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix}.$$

Уравнение магнитной диффузии (1.2), выражение для плотности тока (1.1) и уравнение теплопроводности (1.4) в этом случае запишутся как:

$$\frac{\mu}{\rho}\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\partial^2 B}{\partial r^2} + \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial r}\right)\frac{\partial B}{\partial r}, \quad j = -\frac{1}{\mu}\frac{\partial B}{\partial r}, \quad c\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \rho j^2 + \sigma^{ij}\frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t}. \quad (3.1)$$

Пространственная зависимость удельного сопротивления ρ и начальная модификация материала, определяемая функцией $\gamma(x)$, задавались аналогично плоской модели, представленной в предыдущей главе, см. ур. (2.2–2.3):

$$\rho(r,t) = \rho^* \left[\gamma(r) + k_\rho T(r,t)\right], \quad \gamma(x) = 1 + \gamma_0 \exp\left[-\left(\frac{x}{\delta_M}\right)^{N_\gamma}\right], \quad x = r - R_1, \quad (3.2)$$

где R_1 – внутренний радиус проводника (рис. 3.1). Внешний вид профилей γ при различных значениях параметра N_γ приведён на рис 2.2а.

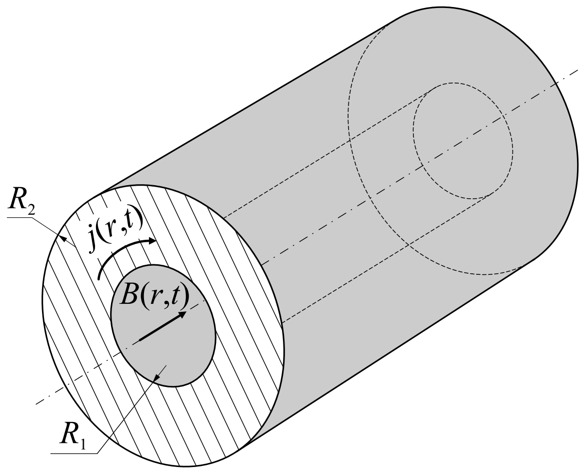

Рис. 3.1. Геометрия проводника, моделирующего индуктор или концентратор магнитного потока.

Начальные и граничные условия для уравнений (3.1) были аналогичны плоской модели (2.4–2.8) с заменой $x = 0$ на $r = R_1$ и $x = L$ на $r = R_2$. Объёмная сила Лоренца (1.12) и уравнение равновесия (1.13) в цилиндрической геометрии имеют вид:

$$f = -\frac{B}{\mu}\frac{\partial B}{\partial r}, \quad \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = \frac{B}{\mu}\frac{\partial B}{\partial r}. \tag{3.3}$$

Закон Гука для напряжений (1.16) запишется как:

$$\sigma_i = \lambda_e \left(\varepsilon_r^{(e)} + \varepsilon_\varphi^{(e)} + \varepsilon_z^{(e)}\right) + 2\mu_e \varepsilon_i^{(e)} - K\alpha_V T, \quad i = r, \varphi, z. \tag{3.4}$$

На границе $r = R_1$ принимались равными нулю нормальные напряжения $\sigma_r = 0$, граница $r = R_2$ также как и торцы цилиндрического проводника считалась закреплённой. Это означает, что перемещения $w(R_2) = 0$, а уравнения (1.19) могут быть записаны в виде:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial w}{\partial r}, \quad \varepsilon_\varphi = \frac{w}{r}, \quad \varepsilon_z = 0. \tag{3.5}$$

Для определения предельных упругих напряжений условие пластичности Мизеса (1.20) может быть представленно в виде:

$$(\sigma_r - \sigma_\varphi)^2 + (\sigma_r - \sigma_z)^2 + (\sigma_\varphi - \sigma_z)^2 = 2\sigma_y^2, \quad \sigma_y(T) = \sigma_{y,0}\left(1 - \frac{T}{T_{\text{melt}}}\right), \tag{3.6}$$

где $\sigma_{y,0}$ – предел текучести при комнатной температуре, T_{melt} – приращение температуры, соответствующее плавлению. Уравнение (1.21) для полной деформации при пластическом течении в данной модели приводит к трём уравнениям:

$$\varepsilon_i^{(e)} + \varepsilon_i^{(p)} = \varepsilon_i, \quad i = r, \varphi, z, \tag{3.7}$$

а условие сохранения объёма для пластических деформаций (1.23) позволяет записать:

$$\varepsilon_r^{(p)} + \varepsilon_\varphi^{(p)} + \varepsilon_z^{(p)} = 0. \tag{3.8}$$

Замыкает систему уравнений ассоциированный закон пластического течения (1.22), который в рассматриваемом случае может быть представлен в виде:

$$\frac{\partial \varepsilon_r^{(p)}}{\partial t}(\sigma_\varphi - \sigma_z) + \frac{\partial \varepsilon_\varphi^{(p)}}{\partial t}(\sigma_z - \sigma_r) + \frac{\partial \varepsilon_z^{(p)}}{\partial t}(\sigma_r - \sigma_\varphi) = 0. \tag{3.9}$$

Таким образом, описанная модель позволяет комплексно описывать процессы, происходящие в цилиндрическом проводнике. Численные расчёты были выполнены по схеме Кранка-Николсона второго порядка точности для стали 30ХГСА с параметрами [80]: $c = 3688$ кДж / (м^3·К), $\lambda = 39$ Вт/(м·К), $\rho^* = 42$ мкОм·см, $k_\rho = 1.38 \cdot 10^{-3}$ К$^{-1}$, $E = 205$ ГПа, $\nu = 0.3$, $\beta_V = 13 \cdot 10^{-6}$ К$^{-1}$, $\sigma_{y,0} = 1$ ГПа, $T_{\mathrm{melt}} = 1380$ К. Параметры внешнего магнитного поля (2.4) соответствовали импульсам, применяемым в экспериментальных исследованиях [15, 17, 49]. Характерное время затухания составляло $\tau_e = 20$ мкс и период $\tau_s = 24$ мкс. Внутренний и внешний радиусы проводника в представленных ниже расчетах, если не оговорено иное, равнялись $R_1 = 5$ мм, $R_2 = 13$ мм, соответственно.

3.2 Сравнение основных процессов в цилиндрическом и плоском проводнике

Процессы, происходящие в цилиндрическом проводнике, достаточно близки проанализированному ранее случаю плоского проводника (рис. 2.3), однако имеют ряд особенностей. Чтобы показать отличия, рассмотрим рис. 3.2(a–c), где показан процесс диффузии магнитного поля амплитудой 37 Тл (рис. 2.2b) в цилиндрический проводник с внутренним радиусом 2 мм, 5 мм, а также в плоский проводник, соответствующий $R_1 \to \infty$. Толщина проводника при этом поддерживалась постоянной и равнялась 8 мм. Хорошо заметно, что на искривленной поверхности глубина магнитной диффузии уменьшается и ток концентрируется в области малых радиусов, как ранее отмечалось в [1], что способствует более сильному нагреву такой поверхности по сравнению с плоской границей. Анализ напряжённого состояния в цилиндрической геометрии по сравнению с плоской более сложен: вместо единственной величины σ_t ненулевыми на конец процесса остаются все три компоненты тензора напряжений, амплитуды которых увеличиваются в проводнике с меньшим внутренним радиусом. Показанный рост плотности тока и напряжений математически связан с наличием членов пропорциональных r^{-1} в уравнениях для B (3.1) и σ (3.3).

Поверхностная модификация высокорезистивным слоем, применение которой показало эффект повышения стойкости для плоской геометрии (рис. 2.3(d–f) и 2.6), остаётся эффек-

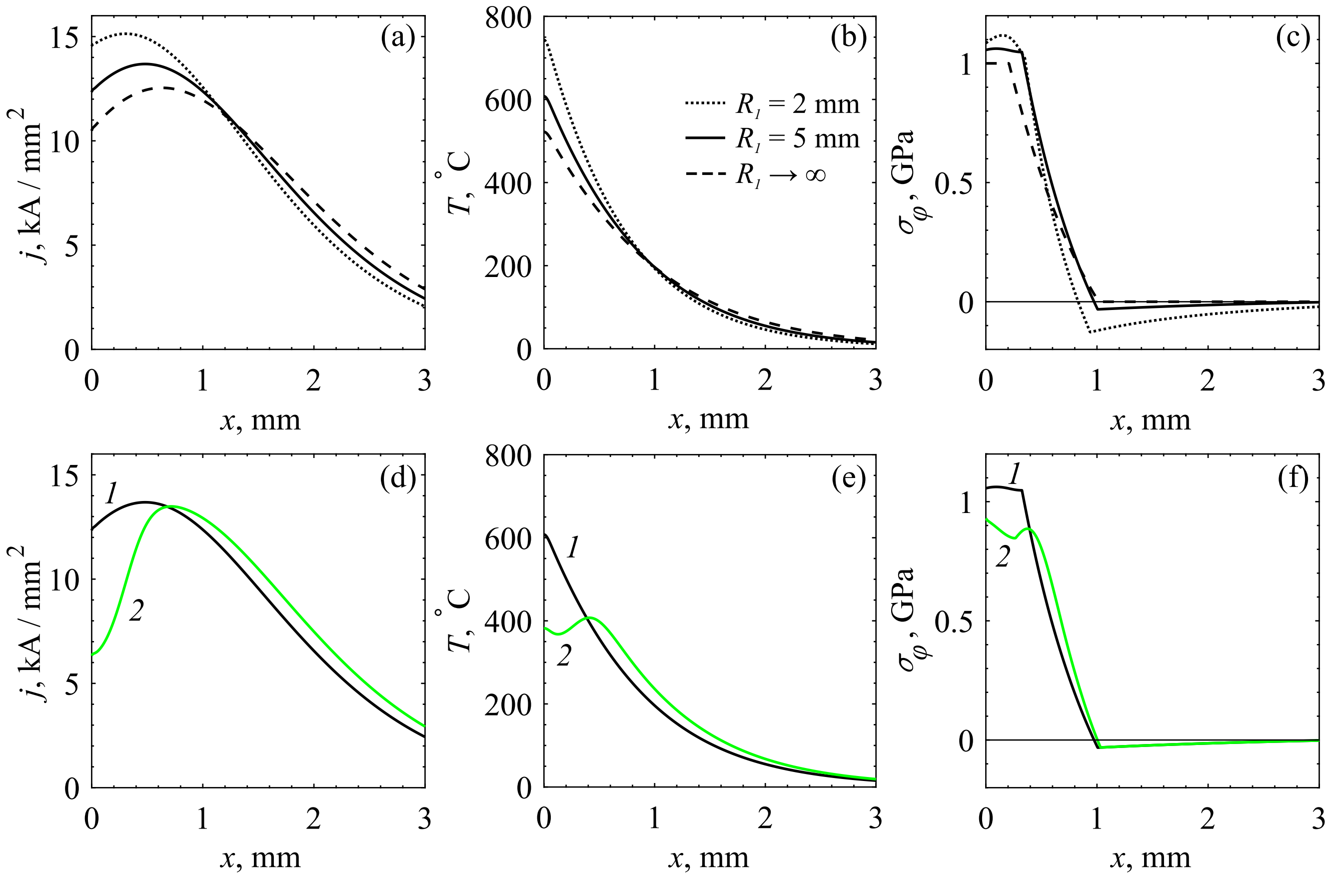

Рис. 3.2. Пространственные зависимости ($x = r - R_1$): (a, d) — плотности тока j для $t = \tau_s/4$, (b, e) — приращения температуры T в момент максимального нагрева, (c, f) — азимутального напряжения σ_φ (σ_t для $R_1 \to \infty$) на конец процесса. (a – c) — однородный проводник с радиусом R_1: пункт. линия — 2 мм, сплошн. линия — 5 мм, штрих. линия — плоский проводник ($R_1 \to \infty$). (d – f) — линии *1* те же, что и сплошн. линии на (a – c), линии *2* соответствуют неоднородному материалу с параметрами $\gamma_0 = 1.5$, $\delta_M = 0.3$ мм, $N_\gamma = 2$ (3.2). Все кривые построены для сигнала, приведённого на рис. 2.2b.

тивной и для цилиндрического проводника (рис. 3.2(d–f)). Но ввиду повышенной концентрации плотности тока в приповерхностной области для оптимальной модификации при том же увеличении удельного сопротивления профиль должен быть менее протяжённым, а именно δ_M равна 0.3 вместо 0.4 мм при той же резкости профиля $N_\gamma = 2$ (3.2). Также стоит отметить, что для цилиндрического проводника не наблюдается точное равенство температур для поверхностного и локального пика, характерное для оптимальной модификации плоского проводника (рис. 2.3e) и позволяющее использовать формулу для максимального нагрева T^x_{ten} (2.20) как для однородного, так и для модифицированного материала. Вместо этого заметно некоторое превышение температуры в глубине ≈ 25 °C (рис. 3.2e). Тем не менее максимальный нагрев однородного цилиндрического проводника может быть оценён с высокой точностью, чему посвящён следующий раздел.

3.3 Выражения для температур, приводящих к пластическим деформациям в цилиндрической геометрии

Аналоги температур T^x_{com} (2.18) и T^x_{ten} (2.20) могут быть получены для цилиндрического проводника. Начнём с температуры, достижение которой приводит к появлению пластических деформаций сжатия T^r_{com} т. е. к пластическому деформированию проводящего материала уже на стадии первоначального нагрева в импульсном магнитном поле. При упругих деформациях система уравнений (3.3–3.5) может быть сведена к одному обыкновенному дифференциальному уравнению для перемещений w, которое известно в литературе как уравнение равновесия в перемещениях Ламе [35]. Его решение для граничных условий $\sigma_r(R_1) = 0$ и $w(R_2) = 0$ позволяет записать для азимутальных и аксиальных напряжений σ_φ и σ_z на рабочей поверхности ($r = R_1$):

$$\sigma_\varphi = -\frac{E\beta_V}{1-\nu}T + \frac{E}{1+\nu}\frac{2c_1}{1-2\nu} + \frac{1}{1-\nu}\frac{B_0^2}{2\mu},$$
$$\sigma_z = -\frac{E\beta_V}{1-\nu}T + \frac{E}{1+\nu}\frac{2\nu c_1}{1-2\nu} + \frac{\nu}{1-\nu}\frac{B_0^2}{2\mu},$$
$$c_1 = -\frac{1+\nu}{E}\left(\frac{1-2\nu}{1-\nu}J_B + \frac{E\beta_V}{1-\nu}J_T + \frac{B_0^2}{2\mu}R_1^2\right)/\left(\frac{R_1^2}{1-2\nu} + R_2^2\right),\ J_B = \int\limits_{R_1}^{R_2}\frac{B^2}{2\mu}rdr,\ J_T = \int\limits_{R_1}^{R_2}Trdr.$$

Как показали численные расчеты, максимальный нагрев материала достигается примерно к окончанию магнитного импульса, т. е. когда магнитное поле на поверхности уже отсутствует $B \approx 0$. Это позволяет в записанных выше выражениях пренебречь соответствующими членами, что дает

$$\begin{aligned}\sigma_\varphi &= -\frac{E\beta_V}{1-\nu}T - J_T\frac{2E\beta_V}{1-\nu}/\left[R_1^2 + (1-2\nu)R_2^2\right],\\ \sigma_z &= -\frac{E\beta_V}{1-\nu}T - \nu J_T\frac{2E\beta_V}{1-\nu}/\left[R_1^2 + (1-2\nu)R_2^2\right].\end{aligned} \tag{3.10}$$

Для получения искомой температуры T^r_{com} данные напряжения необходимо подставить в критерий Мизеса (3.6), который на поверхности $r = R_1$ ввиду граничного условия $\sigma_r = 0$ принимает вид:

$$\sigma_\varphi^2 - \sigma_\varphi\sigma_z + \sigma_z^2 = \sigma_y^2. \tag{3.11}$$

Видно, что в плоском пределе $R_1, R_2 \to \infty$ последние члены выражений (3.10) стремятся к нулю, что при их подстановке в (3.11) приводит к полученному ранее соотношению для T^x_{com} (2.17). В общем случае, при конечных значениях R_1 и R_2, необходимо определить значение интеграла $J_T(R_1)$. Для получения этой зависимости требуется решить систему уравнений магнитной диффузии и теплопроводности (3.1). С целью получения аналитического выражения для зависимости $J_T(R_1)$ пренебрежем изменением удельного сопротивления с температурой, что делает уравнения магнитной диффузии и теплопроводности независимыми. Для уравнения теплопроводности пренебрежём также вкладами теплообмена и механических величин. И, наконец, только с целью аналитической оценки функции $J_T(R_1)$ вместо уравнения теплопроводности в цилиндрической геометрии (3.1) будем рассматривать это уравнение для плоского проводника (2.1), пренебрегая кривизной поверхности:

$$c\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\rho}{\mu^2}\left(\frac{\partial B}{\partial x}\right)^2, \quad x = r - R_1. \tag{3.12}$$

В качестве импульса магнитного поля на границе используем первый (основной) полупериод синусоиды, т. е. в уравнении (2.4) примем $\tau_e \to \infty$, $t \in [0; \tau_s/2]$. Тогда интегрируя (3.12) по полупериоду получим

$$T = \frac{\rho B_m^2}{\mu^2 c}\int\limits_0^{\tau_s/2}\left(\frac{\partial B^*}{\partial x}\right)^2 dt, \tag{3.13}$$

где $B = B_m B^*$, под B_m подразумевается постоянная величина. Подставляя полученное выражение в формулу для J_T приходим к выражению

$$J_T = \frac{\rho B_m^2}{\mu^2 c}\int\limits_{R_1}^{R_2} r\left[\int\limits_0^{\tau_s/2}\left(\frac{\partial B^*}{\partial x}\right)^2 dt\right] dr.$$

Исключим неизвестный параметр B_m выражая его из (3.13) при $x = 0$. Тогда последнее выражение может быть записано как

$$J_T = T_0\left[\int\limits_0^{\tau_s/2}\left(\left.\frac{\partial B^*}{\partial x}\right|_{x=0}\right)^2 dt\right]^{-1}\int\limits_{R_1}^{R_2}(R_1 + x)\left[\int\limits_0^{\tau_s/2}\left(\frac{\partial B^*}{\partial x}\right)^2 dt\right] dx = T_0 G, \tag{3.14}$$

где T_0 – температура на поверхности $x = 0$, G – обозначение для оставшейся части выражения. Подставляя полученное для J_T выражение в уравнения (3.10), а затем напряжения σ_φ

и σ_z в критерий Мизеса (3.11) и заменяя обозначения T_0 и T на искомую величину T^r_{com}, а также отбрасывая посторонний корень, получим

$$T^r_{\text{com}} = \frac{1-\nu}{E\beta_V}\frac{\sigma_y(T^r_{\text{com}})}{\sqrt{\frac{4G^2}{a^2}(\nu^2-\nu+1)+2\frac{G}{a}(1+\nu)+1}}, \quad a = R_1^2 + (1-2\nu)R_2^2. \tag{3.15}$$

Далее задача сводится к нахождению величины G, которая может быть найдена из решения уравнения магнитной диффузии (3.1), где слагаемое $\frac{1}{\rho}\frac{\partial\rho}{\partial r}$ равнялось нулю, поскольку удельное сопротивление принимается постоянной величиной. Решение B^* может быть получено при помощи аналитических методов, например преобразования Лапласа [48, 83]. Пропустим промежуточные действия и сразу приведём итоговый результат:

$$B^* = 4\pi\cos(w_B t)\sum_{k=1}^{\infty}V_k\beta_k - 4\pi\sum_{k=1}^{\infty}V_k\beta_k\exp\left(-\frac{\beta_k^2}{\tau_s}t\right) + \left[8\pi^2 + \frac{\ln\left(\frac{r^*}{R_2^*}\right)}{\ln\left(\frac{R_1^*}{R_2^*}\right)}\right]\sin(w_B t)\sum_{k=1}^{\infty}\frac{V_k}{\beta_k},$$
$$V_k = \Big\{J_0(r^*\beta_k)\,Y_0(R_2^*\beta_k) - Y_0(r^*\beta_k)\,J_0(R_2^*\beta_k)\Big\}\Big/\Big\{\Big(4\pi^2+\beta_k^4\Big)\Big(R_1^*\big[J_0(R_2^*\beta_k)\,Y_1(R_1^*\beta_k) -$$
$$J_1(R_1^*\beta_k)\,Y_0(R_2^*\beta_k)\big] + R_2^*\big[J_1(R_2^*\beta_k)\,Y_0(R_1^*\beta_k) - J_0(R_1^*\beta_k)\,Y_1(R_2^*\beta_k)\big]\Big)\Big\}, \tag{3.16}$$

где $w_B = 2\pi/\tau_s$ – частота колебаний, величины r^*, R_1^* и R_2^* получаются делением соответствующих величин r, R_1 и R_2 на $\sqrt{\rho(T)\tau_s/\mu}$, J_n и Y_n – функции Бесселя первого и второго рода порядка n, а β_k – положительные корни уравнения

$$J_0(R_1^*\beta_k)\,Y_0(R_2^*\beta_k) - Y_0(R_1^*\beta_k)\,J_0(R_2^*\beta_k) = 0.$$

Полученный результат также использовался для верификации численного моделирования. При постоянном удельном сопротивлении расчётные и аналитические распределения магнитного поля совпадали. Чтобы найти G в данном случае удобно перейти от x к r в уравнении (3.14). Результат такого анализа для T^r_{com} и J_T представлен на рис. 3.3 штриховой линией. Видим, что получаемые с помощью метода Лапласа зависимости, описывают численный расчёт с достаточно высокой точностью. Однако выражения для них чрезвычайно громоздки, поэтому удобно рассмотреть значительно более легкий вывод, который позволяет получить G, а затем T^r_{com} и J_T с несколько меньшей, но все ещё достаточной точностью.

Рис. 3.3b показывает, что за исключением относительно небольшой области радиусов,

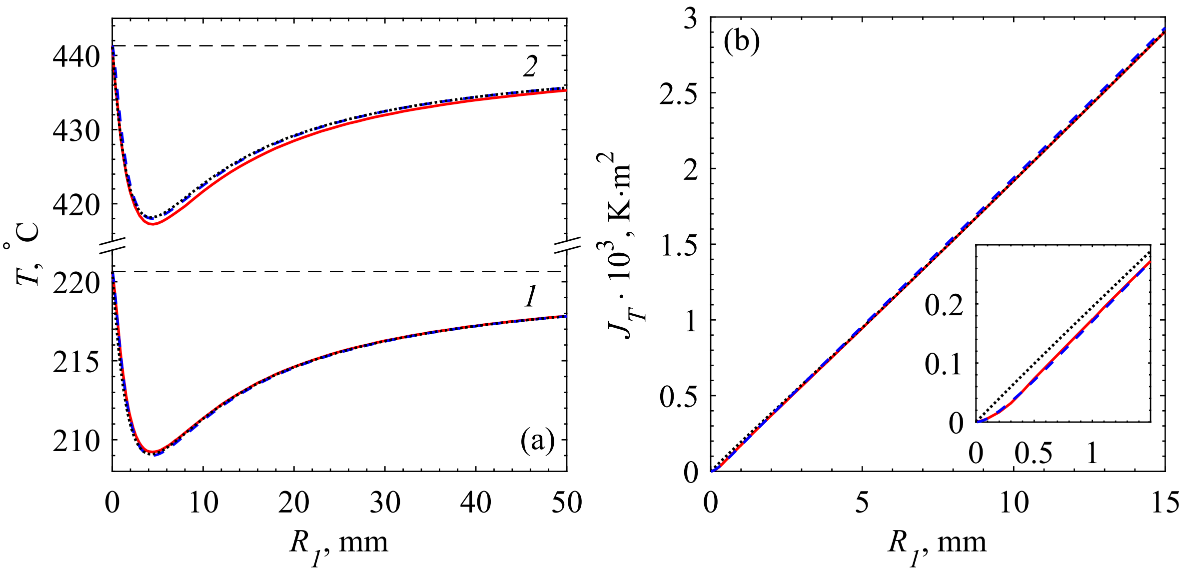

Рис. 3.3. Температуры, приводящие к пластическим деформациям сжатия (линии *1*) и растяжения (линии *2*) (a), и значение интеграла J_T (b) в зависимости от внутреннего радиуса проводника R_1. Сплошн. линии показывают результат численного расчёта, штрих. линии — результат при использовании решения (3.16), пункт. линии — аналитические оценки (3.17) и (3.18). На вставке в увеличенном масштабе показана область малых радиусов R_1. Горизонтальные штрих. линии соответствуют плоскому пределу $R_1 \to \infty$, т. е. (2.18) и (2.20).

а именно, области $R_1 < \delta \approx 1.6$ мм (1.5), зависимость $J_T(R_1)$ близка к линейной. Получить коэффициент пропорциональности данной зависимости можно, оценив значение интеграла J_T в области больших радиусов R_1 для толстого проводника, т. е. при $R_2 \to \infty$. В этом случае уравнение магнитной диффузии для $B\,(x,t)$ в полупространстве принимает вид:

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\rho}{\mu}\frac{\partial^2 B}{\partial x^2}.$$

Используя синусоидальное граничное условие, т. е. ур. (2.4) при $\tau_e \to \infty$, нетрудно записать решение этого уравнения для установившегося режима [1]:

$$B^* = \exp\left(-\frac{x}{\delta}\right)\sin\left(\omega_B t - \frac{x}{\delta}\right).$$

При вычислении G (3.14) в приближениях $R_1 \gg \delta$ и $R_2 \to \infty$ данное выражение даёт $G = 0.5 R_1 \delta$, а следовательно, интеграл J_T (3.14) равен

$$J_T = \frac{1}{2} R_1 \delta T_0, \tag{3.17}$$

В итоге для поверхностной температуры, приводящей к появлению пластических деформаций сжатия (3.15), приходим к следующему соотношению

$$T^r_{\text{com}} = \frac{1-\nu}{E\beta_V}\frac{\sigma_y(T^r_{\text{com}})}{\sqrt{m^2(\nu^2-\nu+1)+m(1+\nu)+1}},$$
$$m = \frac{R_1\delta}{R_1^2+(1-2\nu)R_2^2}, \quad \delta = \sqrt{\frac{\tau_s\rho(T^r_{\text{com}})}{\pi\mu}}, \tag{3.18}$$

где температурные зависимости предела текучести при одноосном растяжении $\sigma_y(T)$ и удельного сопротивления $\rho(T)$ определяются соотношениями (3.6) и (3.2), соответственно.

Заметим, что соотношение (3.18) переходит в выражение для плоского случая (2.17) как при больших радиусах R_1 и R_2, так и при $R_1 \to 0$. Зависимость $T^r_{\text{com}}(R_1)$, определяемая полученным соотношением (3.18), представлена пункт. линией на рис. 3.3а. Видим, что несмотря на ряд упрощений, использованных при выводе ур. (3.18), данная аналитическая оценка очень хорошо согласуется с результатом численного расчета во всем диапазоне радиусов R_1.

Температура T^r_{ten}, приводящая к возникновениям пластических деформаций растяжения на стадии охлаждения цилиндрического проводника, не может быть выведена из определяющих уравнений ввиду их нелинейности. Однако на основании аналогии между выражениями, полученными в плоской геометрии, для T^x_{com} (2.17) и T^x_{ten} (2.19) может быть предложено аналогичное T^r_{com} выражение для температуры T^r_{ten} в цилиндрической геометрии, а именно:

$$T^r_{\text{ten}} = \frac{1-\nu}{E\beta_V}\frac{\sigma_y(T^r_{\text{ten}})+\sigma_y(0)}{\sqrt{m^2(\nu^2-\nu+1)+m(1+\nu)+1}},$$
$$m = \frac{R_1\delta}{R_1^2+(1-2\nu)R_2^2}, \quad \delta = \sqrt{\frac{\tau_s\rho(T^r_{\text{ten}})}{\pi\mu}}. \tag{3.19}$$

Результат зависимости $T^r_{\text{ten}}(R_1)$, определяемый данным соотношением, представлен на рис. 3.3а. Видим, что несмотря на простоту подхода, полученная зависимость хорошо согласуется с результатами численного расчёта во всём диапазоне значений радиуса R_1. При этом в предельных ситуациях, при $R_1 \to 0$ и $R_1 \to \infty$, аналитическая формула даёт правильное асимптотическое поведение функции $T^r_{\text{ten}}(R_1)$.

Таким образом, полученные аналитические выражения (3.18) и (3.19) с высокой точностью описывают эффект влияния внутреннего радиуса на характерные температуры и позволяют проводить аналитическую оценку критического нагрева поверхности, представляющего угрозу разрушения для однородного материала либо по хрупкому механизму, либо по механизму малоцикловой усталости.

3.4 Влияние различных параметров на стойкость цилиндрического проводника

Способы повышения стойкости проводящего материала в сильных импульсных магнитных полях, рассмотренные в разделе 2.4 для плоского проводника, могут быть применены и в радиальной геометрии. Зависимости полей, вызывающих появление пластических деформаций сжатия B_{com} и растяжения B_{ten}, от **параметров импульса**, а именно от τ_e при фиксированном значении $\tau_s = 24$ мкс и τ_s при $\tau_e = 20$ мкс (2.4) представлены на рис. 3.4. Там же для сравнения показаны аналогичные зависимости, полученные в плоской геометрии (рис. 2.4), т. е. соответствующие пределу $R_1 \to \infty$. Зависимости $B(\tau_e)$ показывают, что для повышения ресурса индукторной системы предпочтительно использовать контур с быстрым затуханием (малыми τ_e), т. е. с относительно высокими значениями электрического сопротивления цепи. В этом случае будет заметно снижаться амплитуда последующей за первым полупериодом части сигнала, а следовательно, снизится и амплитуда нагрева. Различия между плоской и цилиндрической геометрией на рис. 3.4a составляют примерно одинаковое значение во всём рассмотренном диапазоне τ_e. Это обусловлено тем, что данный параметр почти не влияет на пространственное распределение магнитного поля, и разница между кривыми обусловлена только большей концентрацией плотности тока в приповерхностном слое цилиндрического проводника по сравнению с плоским (рис. 3.2a).

Зависимость $B(\tau_s)$, представленная на рис. 3.4b, показывает, что пороговое поле заметно снижается при использовании относительно коротких импульсов (2.4), период τ_s которых меньше характерного времени затухания τ_e. Во-первых, это связано с тем, что при фиксированном значении τ_e уменьшение остаточной части сигнала ($t > \tau_s/2$) происходит менее эффективно, а во-вторых уменьшение τ_s приводит к снижению толщины скин-слоя δ (1.5), что повышает резкую локализацию поверхностного тепловыделения и распределяет тепло по проводящему материалу менее равномерно. По этой же причине при уменьшении τ_s нивелируется разница между плоской и цилиндрической геометрией. Таким образом, предпочтительно использование относительно длинных импульсов с периодом τ_s, превышающим характерное время затухания τ_e.

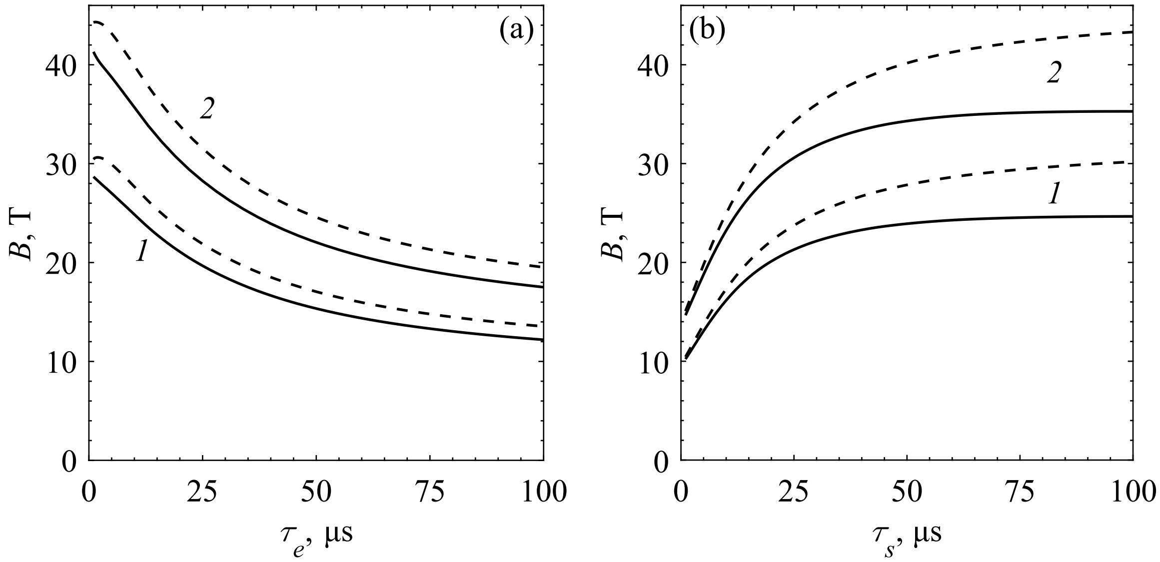

Рис. 3.4. Зависимости магнитных полей B_{com} (линии *1*) и B_{ten} (линии *2*) от: (a) — τ_e при $\tau_s = 24$ мкс (2.4), (b) — τ_s при $\tau_e = 20$ мкс (2.4). Сплошные линии: $R_1 = 5$ мм, $R_2 = 13$ мм. Штриховые линии соответствуют плоскому пределу $R_1 \to \infty$ при той же толщине проводника 8 мм.

Далее проанализируем влияние различных **свойств материала** (теплоемкость c, модуль Юнга E и т. д.) на его стойкость по отношению к магнитному импульсу $B_0(t)$ (2.4) с фиксированными параметрами $\tau_e = 20$ мкс и $\tau_s = 24$ мкс. Такой анализ может быть полезен для выбора исходного материала на стадии изготовления индукторной системы. Так как параметры (обозначим, как χ) в характерных для сталей пределах изменяются в малом диапазоне [80] и зависимости порогового поля от них близки к линейным, то их влияние на стойкость проводящего материала удобно представить при помощи некоторой величины

$$P_\chi = \frac{\chi}{B_{\text{ten}}} \frac{\partial B_{\text{ten}}}{\partial \chi}. \tag{3.20}$$

χ	c	β_V	E	ν	$\sigma_{y,0}$
P_χ	0.49	-0.45	-0.45	-0.23	0.45

Таблица 3.1: Значения коэффициента P_χ (3.20) для объёмной теплоемкости c, коэффициента линейного расширения β_V, модуля Юнга E, коэффициента Пуассона ν и предела текучести при комнатной температуре $\sigma_{y,0}$.

Будем рассматривать только поле, приводящее к пластическому растяжению, поскольку выводы для B_{com} полностью аналогичны. Таблица 3.1 показывает значения коэффициентов P_χ для объёмной теплоемкости c, коэффициента линейного расширения β_V, модуля Юнга E, коэффициента Пуассона ν и предела текучести при комнатной температуре $\sigma_{y,0}$. Все полученные значения совпали с результатами для плоского проводника (табл. 2.1) за исключением коэффициента Пуассона равного -0.23 вместо -0.19. Хотя влияние коэффициента возросло, однако осталось наименьшим из рассмотренных параметров. Наибольшим влиянием на пороговое поле обладает теплоемкость c. Её высокие значения повышают стойкость, поскольку при этом снижается температура нагрева. Увеличение упругих параметров ν и E, также, как и увеличение β_V, приводит к росту термоупругих напряжений при заданном нагреве (3.4), что приводит к тому что условие пластичности Мизеса (3.6) достигается быстрее и пороговое поле снижается. Повышение предела текучести, наоборот, способствует более позднему началу пластического течения. Влияние повышения $\sigma_{y,0}$ на B_{ten} оказалось таким же как и снижение значений двух предыдущих параметров. Таким образом, проведенный анализ показывает, что при прочих равных условиях в качестве проводника предпочтительнее использовать материал с высокими значениями объёмной теплоемкости и предела текучести и низкими значениями коэффициента линейного расширения и упругих параметров.

Далее рассмотрим зависимость пороговых полей от **начального удельного сопротивления** ρ^* при постоянном $\partial\rho/\partial T$ (3.2) и других параметрах. Результат в диапазоне от сопротивления меди 1.7 мкОм·см до высокорезистивных сталей 100 мкОм·см представлен на рис. 3.5а. Влияние изменения удельного сопротивления, описанное для плоского проводника (рис. 2.5), остаётся справедливым и для проводящего цилиндра. А именно то, что уменьшение ρ^* при неизменном $\partial\rho/\partial T$ усиливает нелинейность магнитной диффузии т. е. максимум плотности тока достаточно быстро переходит вглубь материала, значительно смещая туда тепловыделение [34, 43], а также то, что уменьшение толщины скин-слоя, вызванное снижением удельного сопротивления концентрирует нагрев в приповерхностном слое, что увеличивает градиент температур, а следовательно, усиливает теплообмен, который снижает амплитуду нагрева. Уменьшение как удельного сопротивления, так и периода колебаний снижает глубину диффузии магнитного поля, поэтому нивелируется разница между плоской и цилиндрической геометрией. И, наоборот, большая толщина скин-слоя приводит к проявлению особенностей цилиндрической геометрии, а в ней та же амплитуда импульса вызывает больший нагрев и механические напряжения (рис. 3.2). Результаты показывают, что кривизна поверхности оказывает заметное влияние на пороговое поле, в связи с этим этот вопрос был отдельно изучен.

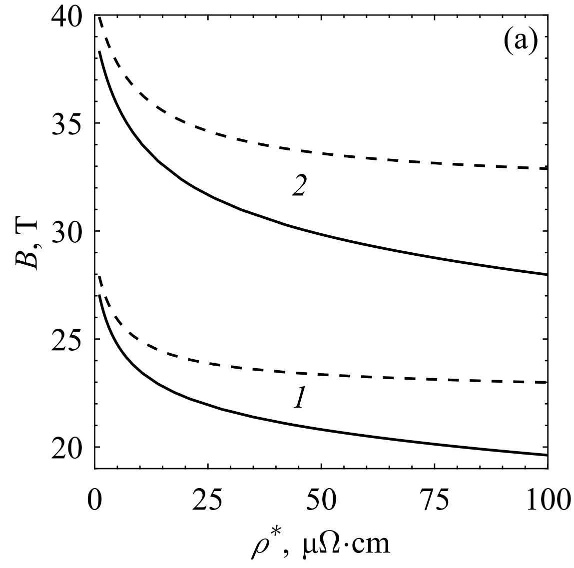

Рис. 3.5. Зависимости магнитных полей $B_{\rm com}$ (линии *1*) и $B_{\rm ten}$ (линии *2*) от: (a) — начального удельного сопротивления ρ^*, (b) — внутреннего радиуса проводника R_1. Штриховые линии соответствуют плоскому пределу $R_1 \to \infty$.

На рис. 3.5b представлены зависимости пороговых полей от **внутреннего радиуса** R_1 цилиндрического проводника при сохранении его толщины $R_2 - R_1$ постоянной. В области больших радиусов ($R_1 > \delta \approx 1.6$ мм) поля $B_{\rm com}$ и $B_{\rm ten}$ с ростом R_1 быстро стремятся к плоскому пределу ≈ 23 и 34 Тл, соответственно. В противоположном пределе $R_1 \to 0$ пороговые поля уменьшаются вплоть до нуля ($B \propto \sqrt{R_1}$), т. е. стойкость индуктора или концентратора будет снижаться довольно быстро с увеличением кривизны его рабочей поверхности. Уменьшение порогового поля при этом обусловлено все более резкой концентрацией тока в поверхностном слое, которая даже при уменьшении магнитного поля вплоть до нуля обеспечивает достижение достаточно высокой температуры нагрева поверхности (рис. 3.3a). Именно неоднородный нагрев, т. е. увеличение температуры поверхности, определяет термоупругие напряжения в материале, и как следствие, достижение условия пластичности Мизеса (3.6). Магнитное поле при этом обеспечивает только подвод энергии для нагрева.

Повышенная концентрация тока вблизи поверхности и температура могут быть заметно снижены благодаря использованию **высокорезистивного профиля** (рис. 3.6). Несмотря на похожую качественно зависимость пороговых полей от глубины модификации δ_M на кривые, изображенные для плоского проводника (рис. 2.6), значимое отличие заключается в заметном смещении положений максимумов кривых в сторону меньших глубин модифицированного слоя δ_M, например $\delta_{\max}$ равны 0.3 вместо 0.4 мм для профилей с $N_\gamma = 2$. Это

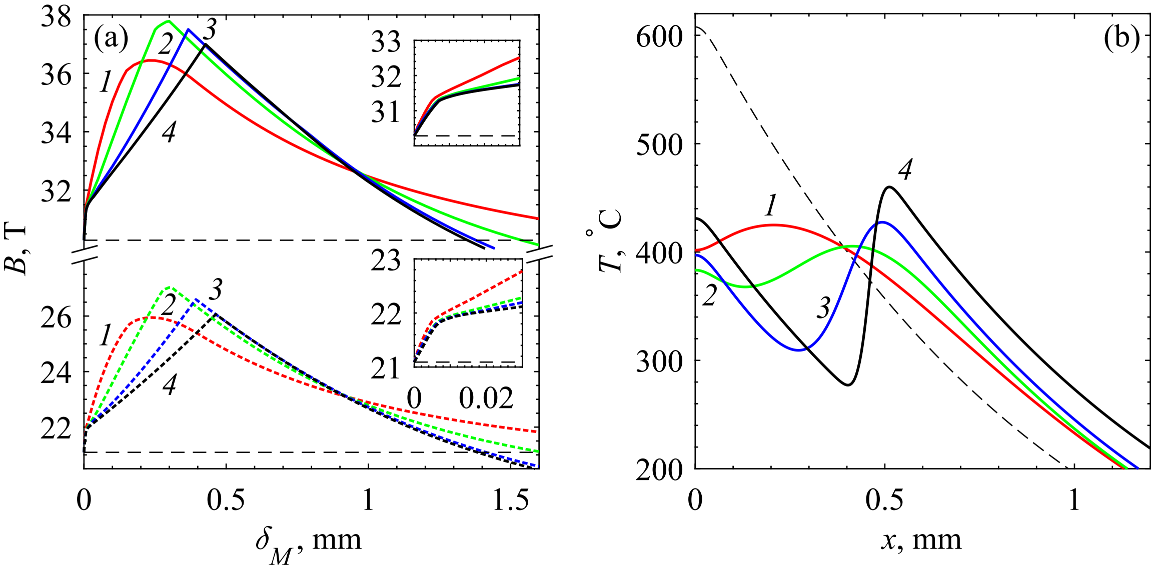

Рис. 3.6. (a) — зависимости порогового магнитного поля B_{com} (штрих. линии) и B_{ten} (сплошн. линии) от глубины модификации δ_M при $\gamma_0 = 1.5$ для значений N_γ: линия *1* – 1, *2* – 2, *3* – 6, *4* – ступенчатый профиль ($N_\gamma \to \infty$). (b) — пространственные зависимости температуры материала в момент максимального нагрева для импульса на рис. 2.2b амплитудой 37 Тл при тех же значениях γ_0, N_γ и оптимальных для каждого профиля $B_{\text{com}}(\delta_M)$ глубинах модификации. Штрих. ненумерованные линии соответствуют однородному материалу ($\gamma_0 = 0$).

вызвано большей концентрацией плотности тока в приповерхностной области у цилиндрического проводника, для смещения которой требуется менее протяжённый профиль. Эффект повышения порогового поля при помощи поверхностной модификации с увеличением удельного сопротивления в 2.5 раза (с 42 до 105 мкОм·см), что соответствует сопротивлению высокорезистивных сталей позволяет увеличить поле B_{com} и B_{ten} на 28 % и 25 % соответственно для профиля с $N_\gamma = 2$.

Ещё одним отличием цилиндрической геометрии является то, что распределение температуры при оптимальной модификации характеризуется небольшим преобладанием нагрева в области локального максимума в глубине по сравнению с температурой на поверхности (рис. 3.6b). Это связано, как уже отмечалось выше, с дополнительным источником роста напряжений при нагреве искривленных слоев — член пропорциональный r^{-1} в (3.3). Для плоского же проводника температуры на поверхности и локальном максимуме в глубине материала при оптимальной подобранной поверхностной модификации были в точности равны друг другу (рис. 2.6b).

И последним обнаруженным отличием является то, что наиболее оптимальные профили (кривые *2*, рис. 3.6a) в цилиндрической геометрии имеют скошенные вершины, по сравнению с острыми вершинами плоских профилей (рис. 2.6a), т. е. два излома вместо одного. Наличие первого излома примерно при $\delta_M = 0.28$ мм для $B_{\text{com}}(\delta_M)$ и $\delta_M = 0.25$ мм для $B_{\text{ten}}(\delta_M)$, как и в случае точек острых вершин кривых *3* и *4* обусловлено переходом зоны возникновения пластической деформации под действием растягивающих напряжений при увеличении δ_M с глубины материала ($x \approx \delta_M$) на поверхность ($x = 0$). В промежутке между двумя изломами кривых *2* вплоть до $\delta_M \approx 0.3$ мм пластические деформации на поверхности под действием сжимающих напряжений возникают не только на стадии нагрева, но и в начале стадии остывания, когда тепло от температурного пика в глубине начинает диффундировать к поверхности, тем самым вновь повышая термонапряжения до уровня пластического течения. При $\delta_M \geq 0.3$ мм тепла, отведённого от поверхности, оказывается недостаточно для того, чтобы при остывании термодиффузия повторно привела к пластическому течению. Отсутствие изломов на кривых *1* означает, что переход точки возникновения пластических деформаций происходит от глубины материала к поверхности плавно и не сопровождается повторным возникновением пластической деформации при остывании под действием сжимающих напряжений.

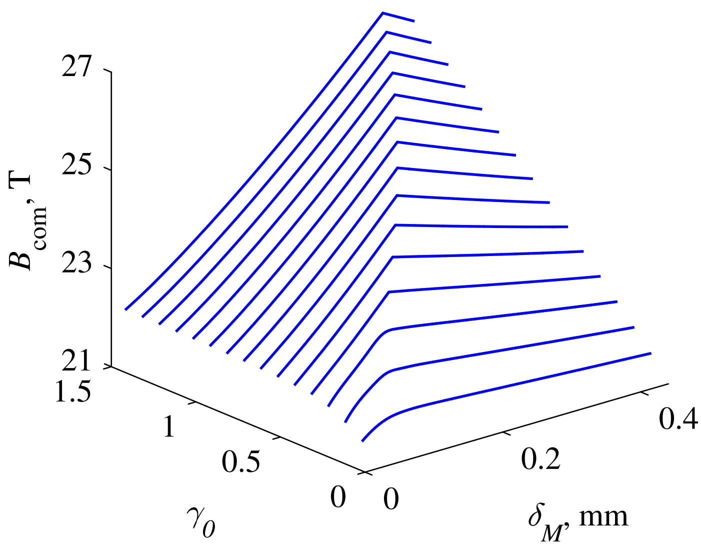

Рис. 3.7. Зависимость порогового магнитного поля B_{com} от параметров модификации γ_0 и δ_M при $N_\gamma = 6$ (3.2).

В ходе исследования было замечено, что при использовании высокорезистивного профиля модификации с любой резкостью N_γ, всегда существует некоторое оптимальное значение глубины модификации $\delta_{\max}$ и соответствующая ей амплитуда поля $B_{\max}$, растущие с увеличением параметра γ_0 (2.3). Пример расчета полной поверхности $B_{\text{com}}(\gamma_0, \delta_M)$ для поверхностных профилей удельного электросопротивления с резкостью $N_\gamma = 6$ представлен на рис. 3.7. В связи с чем представляет интерес анализ зависимостей $B_{\max}(\gamma_0)$ и $\delta_{\max}(\gamma_0)$ для всех изучаемых форм профиля. Для краткости ограничимся только рассмотрением максимумов поля, приводящего к пластическим деформациям сжатия B_{com}. Рисунок 3.8a показывает, что при снижении величины γ_0 профиль, соответствующий значению $N_\gamma = 2$, утрачивает свои преимущества при амплитудах $\gamma_0 < 0.5$, и наиболее эффективными для повышения стойкости проводящего материала, хотя и с крайне незначительными различиями по величине $B_{\max}$, становятся более резкие профили удельного сопротивления, вплоть до ступенчатого ($N_\gamma \to \infty$). В то же время при высоких амплитудах модификации, начиная с $\gamma_0 \approx 1.7$, ступенчатый профиль становится самым неэффективным из представленных на рис. 3.8a. Зависимости $\delta_{\max}(\gamma_0)$ для четырех анализируемых типов профиля модификации (рис. 3.8b) показывают необходимость формирования более глубоких модифицированных слоев с увеличением γ_0. Исключение составляет область слабых модификаций при $\gamma_0 < 0.3$. Здесь, вследствие повышения роли теплообмена при малых δ_M, оптимальная глубина модифицированного слоя $\delta_{\max}$ стабилизируется на значениях от 85 мкм для ступенчатого профиля до 125 мкм для экспоненциального профиля.

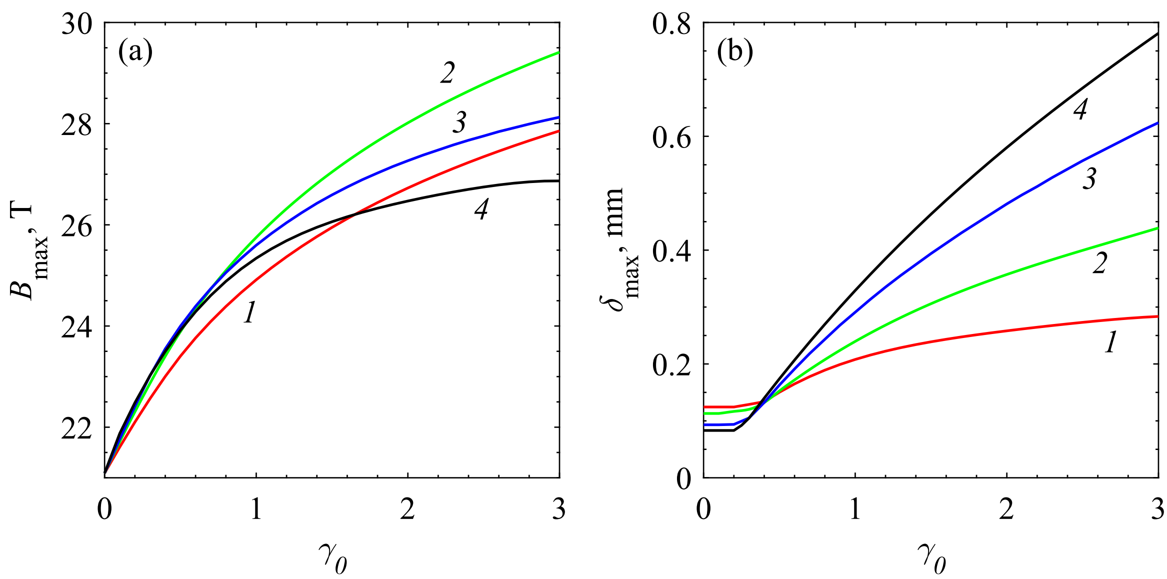

Рис. 3.8. (a) — зависимость максимального значения порогового магнитного поля $B_{\max}$, достигаемая на кривых $B_{\text{com}}(\delta_M)$ (пример для $N_\gamma = 6$ на рис. 3.7) и (b) — глубина высокорезистивного слоя $\delta_{\max}$, соответствующая значению $B_{\max}$ при различных амплитудах модификации γ_0. Номера кривых соответствуют значениям резкости профилей N_γ: линии *1* – 1, *2* – 2, *3* – 6, *4* – ступенчатый профиль ($N_\gamma \to \infty$).

До сих пор мы ограничивали рассмотрение параметров модификации сопротивлением высокорезистивных сталей [80], не превышая четырёхкратное увеличение (<170 мкОм·см или $\gamma_0 = 3$). Однако в литературе, как отмечалось в Гл. 1, анализ проводился для профиля с резкостью $N_\gamma = 1$ и стократным увеличением удельного сопротивления на поверхности плоского проводника [64]. В рамках диссертационной работы анализ модификации цилиндрического проводника в более широком диапазоне γ_0 и δ_M также был проведён. Результаты представлены в следующем разделе.

3.5 Повышение стойкости проводника при помощи высокорезистивного поверхностного слоя

Результаты численных расчетов, представленные в предыдущем разделе, показывают, что отношение пороговых полей $B_{\text{ten}}/B_{\text{com}} = \sqrt{2}$ (см., например, рис. 3.4, 3.5, 3.6а) сохраняется с высокой точностью. Оно не зависит от геометрии задачи (плоская или цилиндрическая), от значений различных индивидуальных свойств проводящего материала, наличия модифицированного поверхностного слоя, размеров моделируемого проводника и т. д. Причинами, лежащими в основе данного отношения исследуемых пороговых магнитных полей, являются, во-первых, заложенная в уравнении теплопроводности, согласно ур. (2.1) и (3.1), пропорциональность приращения температуры T и квадрата магнитного поля B^2. Эта связь также была показана аналитически для полупространства в ходе вывода решения Брайанта (1.9). А во-вторых, выполняемое с высокой точностью соотношение между критическими температурами $T^x_{\text{ten}}/T^x_{\text{com}} = 2$, которое в явном виде демонстрируют полученные аналитические выражения (2.18) и (2.20) в плоской геометрии. Для соответствующих температур в цилиндрическом проводнике аналогичное соотношение $T^r_{\text{ten}}/T^r_{\text{com}}$ также очень близко двум (рис. 3.3а).

Отмеченная пропорциональность величин B_{ten} и B_{com} позволяет для анализа влияния поверхностной модификации в данном разделе в качестве первого приближения ограничиться исследованием только амплитуды магнитного поля B_{com}, которая характеризует границу появления пластических деформаций на стадии первоначального нагрева. С одной стороны, это позволяет существенно упростить численно-теоретический анализ, поскольку достаточно исследовать напряжения и деформации материала только в упругой области. С другой стороны, поскольку поверхностная модификация пространственным профилем удельного сопротивления (3.2) будет исследована в существенно более широком диапазоне амплитуд γ_0 и глубин δ_M, чем пределы, рассмотренные в предыдущем разделе, а также для более протяжённого проводника, представляется необходимым несколько более строго сформулировать граничные условия для анализируемых дифференциальных уравнений. А именно, для уравнения теплопроводности (3.1) на обеих границах будем использовать конвективные граничные условия:

$$\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=R_1} = \frac{\alpha_q}{\lambda}T, \quad \left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=R_2} = -\frac{\alpha_q}{\lambda}T,$$

где $\alpha_q = 10$ Вт/(м^2·К) – коэффициент теплоотдачи на границе сталь-воздух [84], $\lambda = 39$ Вт/(м·К) – коэффициент теплопроводности. Также были изменены граничные условия для решения системы механических уравнений. На обеих границах R_1 и R_2 принималось условие отсутствия нормальных напряжений ($\sigma_r = 0$), что более точно воспроизводит реальные экспериментальные условия эксплуатации индукторов магнитного поля. Поскольку для анализа порогового поля B_{com} нет необходимости моделировать пластические деформации, то система уравнений (3.3–3.5) может быть сведена к одному обыкновенному дифференциальному уравнению для перемещений $w(r,t)$ (уравнение равновесия в перемещениях Ламе [35]), решение которого имеет вид:

$$w = \frac{1}{r}\frac{J_B + J_T}{\lambda_e + 2\mu_e} + c_1\frac{r}{2} + c_2\frac{1}{r}, \quad J_B(r) = \int\limits_{R_1}^{r} \frac{B^2}{2\mu} r dr, \quad J_T(r) = K\alpha_V \int\limits_{R_1}^{r} T r dr,$$

$$c_1 = \frac{R_1^2 B_1^2 - R_2^2 B_2^2}{2\mu\,(\lambda_e + \mu_e)(R_2^2 - R_1^2)} + \frac{2\mu_e}{\lambda_e + 2\mu_e}\frac{J_B(R_2) + J_T(R_2)}{(\lambda_e + \mu_e)(R_2^2 - R_1^2)},$$

$$c_2 = \frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2}\frac{B_1^2 - B_2^2}{2\mu \cdot 2\mu_e} + \frac{R_1^2}{R_2^2 - R_1^2}\frac{J_B(R_2) + J_T(R_2)}{\lambda_e + 2\mu_e}.$$

Полученные перемещения при подстановке в соотношения (3.4–3.5) дают все компоненты тензоров напряжений и деформаций, что позволяет находить амплитуду импульса поля B_{com}, при которой напряжения сжатия удовлетворяют условию пластичности Мизеса (3.6). Также внешний радиус проводника R_2, не был фиксирован, а каждый раз выбирался достаточно большим, чтобы не влиять на распределение исследуемых полей (магнитного поля, плотности тока, температуры, механических напряжений) в проводящем материале, т. е. формально все представленные в этом разделе результаты соответствуют неограниченному снаружи ($R_2 \to$

∞) проводящему цилиндру. Внутренний радиус при этом оставался таким же $R_1 = 5$ мм.

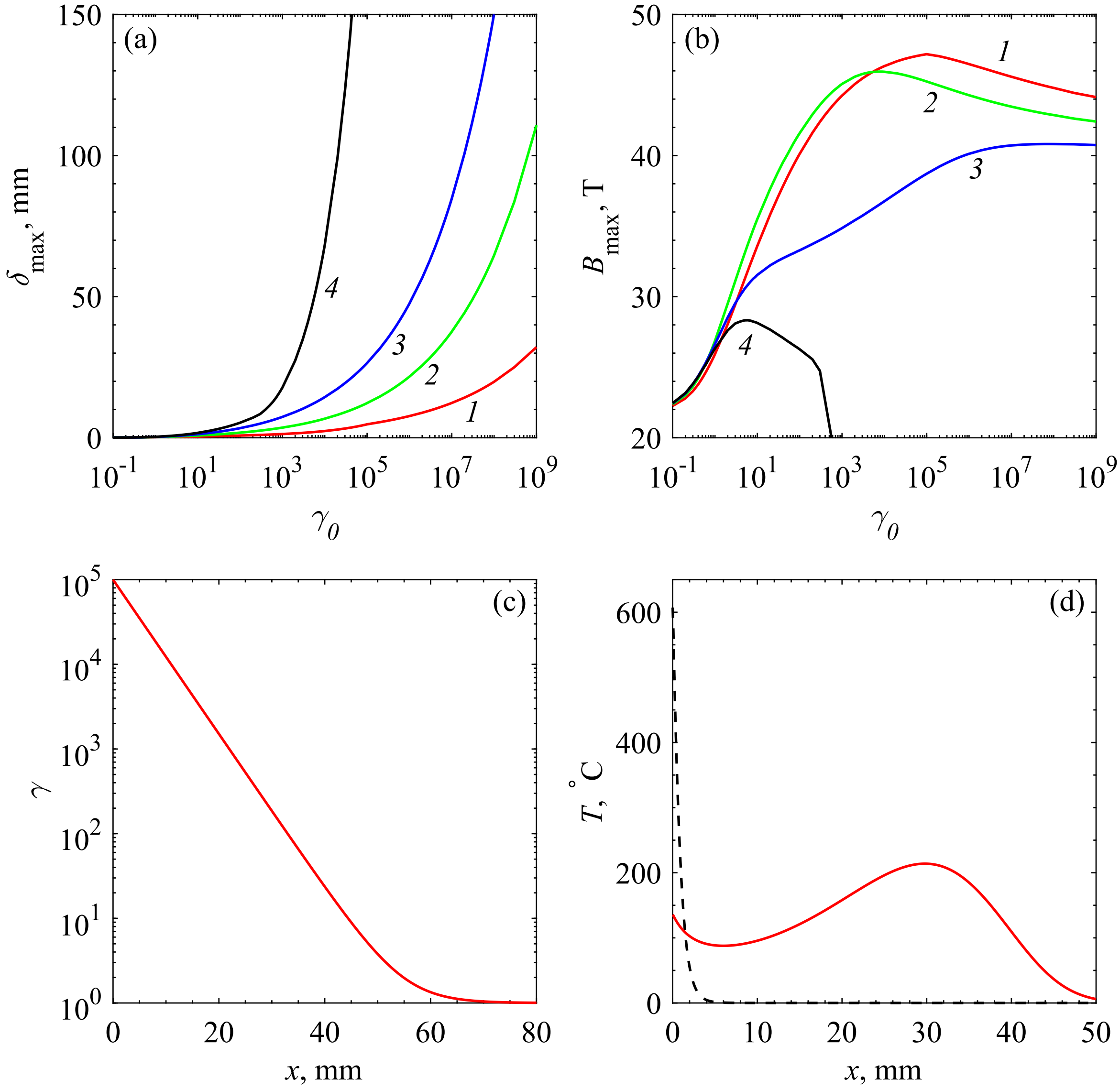

Рис. 3.9. Зависимости наиболее оптимальной глубины модифицированного слоя $\delta_{\max}$ (a) и максимального значения порогового поля $B_{\max}$ при $\delta_{\max}$ (b) от амплитуды модификации γ_0. Наилучший профиль $\gamma(x)$ (3.2) начального удельного сопротивления ($N_\gamma = 1$, $\gamma_0 = 10^5$ и $\delta_M = 4.8$ мм) (c) и пространственное распределение температуры (d), получаемое при использовании этого профиля (сплошн. линия), в сравнении с однородным материалом (штрих. линия) в момент максимального нагрева при воздействии импульса, приведённого на рис. 2.2b. Номера кривых аналогичны рис. 3.8.

Значения параметра $\delta_{\max}$, соответствующие наиболее оптимальной глубине модифицированного слоя, и достигаемые при этом вдоль кривых $B_{\text{com}}(\delta_M)$ (рис. 3.7) максимальные значения порогового поля $B_{\max}$ в зависимости от амплитуды γ_0 модификации (3.2) представлены на рис. 3.9(a–b). При всех значениях резкости N_γ рисунок показывает быстрое увеличение параметра $\delta_{\max}$ с ростом γ_0 и, в то же время, достаточно сложные немонотонные зависимости $B_{\max}(\delta_M)$. Последние с увеличением амплитуды γ_0 вначале демонстрируют рост величины $B_{\max}$, достигают абсолютного максимума порогового поля $B_{\mathrm{com}}(\gamma_0, \delta_M)$ при некоторых значениях амплитуды модификации $\gamma_{\max}$ и затем снижаются. Для удобства значения полученных абсолютных максимумов $B_{\max}$ и соответствующие им параметры $\delta_{\max}$ и $\gamma_{\max}$ для показателя резкости N_γ равного 1, 2, 6 и для ступенчатого профиля ($N_\gamma \to \infty$) приведены в таблице 3.2.

Параметр \ N_γ	**1**	**2**	**6**	∞
$\gamma_{\max}$	10^5	$8 \cdot 10^3$	10^8	6
$\delta_{\max}$, мм	4.8	6.4	150	1.3
$B_{\max}$, Тл	47.2	45.9	40.8	28.3

Таблица 3.2: Максимальные значения $B_{\max}$, достигаемые вдоль кривых на рис. 3.9b и соответствующие им значения $\delta_{\max}$ (рис. 3.9a) и $\gamma_{\max}$ при различных резкостях профиля N_γ.

Как видно на рис. 3.9b, в диапазоне γ_0 примерно от 0.6 до $5 \cdot 10^3$ наиболее высоких значений порогового поля позволяет достигать профиль удельного сопротивления с $N_\gamma = 2$. Однако в области высоких значений $\gamma_0 > 5 \cdot 10^3$ наиболее эффективным становится экспоненциальный профиль с $N_\gamma = 1$, и максимальное значение $B_{\max}$, достигаемое при его использовании, заметно превосходит соответствующие максимумы при других значениях N_γ. Наиболее оптимальный профиль, обнаруженный в данном исследовании, изображен на рис. 3.9c. Несмотря на то, что его глубина модификации δ_M составляет 4.8 мм ввиду большой амплитуды $\gamma_0 = 10^5$ удельное сопротивление становится близким основному материалу только при глубине более 7 см, длина моделируемого проводника $R_2 - R_1$ при этом составляла 25 см. Данный профиль модификации снижает амплитуду нагрева по сравнению с однородным проводником почти в 3 раза (рис. 3.9d). Напомним, что схожий эффект, но в рамках линейной диффузии достигался при увеличении удельного сопротивления в 100 раз [64]. Также отметим, что, в упомянутой выше точке с амплитудой модификации $\gamma_0 = 10^5$ наблюдается излом, который связан с тем, что появление пластического течения на внутренней поверхности возникает дважды: на стадии действия магнитного импульса и во время остывания проводника, когда тепло из внутренней нагретой области (≈ 30 мм на рис. 3.9d) диффундирует к поверхности. При значениях $\gamma_0 < 10^5$ появление пластических деформаций на поверхности происходит только на стадии остывания под действием притока тепла от внутренних нагретых слоёв, а при $\gamma_0 > 10^5$ только на стадии джоулева нагрева.

Таким образом, применение модифицированного поверхностного слоя с профилем начального удельного сопротивления (3.2) позволяет при самом оптимальном наборе параметров ($N_\gamma = 1$, $\gamma_0 = 10^5$ и $\delta_M = 4.8$ мм) достичь увеличения порогового поля B_{com} примерно с 22 для однородного материала до 47 Тл, т. е. более чем вдвое. Достаточно близких по эффективности повышения порогового поля B_{com} результатов можно достичь и для более резкого профиля при параметре $N_\gamma = 2$ максимальное пороговое поле составляет $B_{\text{com}} \approx 46$ Тл (Таблица 3.2). При помощи этих двух профилей двухкратное увеличение поля B_{com} и выше можно достичь в широком диапазоне γ_0 от 10^2 до 10^9. В то же время, наиболее простой для практической реализации ступенчатый профиль удельного сопротивления ($N_\gamma \to \infty$) не позволяет повысить пороговое поле B_{com} выше 28 Тл.

3.6 Выводы к Главе 3

В настоящей главе была рассмотрена задача диффузии магнитного поля в цилиндрический проводник с учётом возникающего нагрева и напряжений. Описана модель и основные процессы. Проведённое исследование привело к следующим новым результатам:

1. Получены два аналитических выражения. Первое — для оценки температуры, достижение которой приводит к возникновению пластической деформации в состоянии сжатия, а второе — к появлению пластической деформации в состоянии растяжения. Результаты полученных выражений с высокой точностью совпадают с результатами численных расчётов, и в пределе больших радиальных размеров цилиндрического проводника согласуются с аналогичными выражениями, полученными в разделе 2.3 для плоской геометрии.

2. Проведено сравнение протекания процессов и основных подходов по увеличению стойкости проводящего материала в сильных импульсных магнитных полях для плоского и цилиндрического проводника. Ранее сделанные выводы о предпочтительности использования длинных, с периодом более 50 мкс быстрозатухающих импульсов, материала с высоким значением объёмной теплоёмкости и низким удельным сопротивлением и

коэффициентом линейного расширения справедливы для обеих геометрий. Однако отличие цилиндрического проводника заключается в заметно большей концентрации тока в приповерхностной области, что, с одной стороны, приводит к заметному снижению амплитуды импульсного поля, выдерживаемого материалом, особенно при внутренних радиусах меньших толщины скин-слоя и, с другой стороны, требует использования высокорезистивных профилей модификации меньшей протяжённости. Так наиболее оптимальный профиль для цилиндрической геометрии с увеличением удельного сопротивления в 2.5 раза даёт наилучший результат при глубине модификации 0.3 вместо 0.4 мм.

3. Обнаружено, что наличие на внутренней поверхности цилиндрического проводника слоя, который повышает удельное сопротивление в 10^3–10^9 раз по сравнению с его значением вдали от модифицированной поверхности, позволяет более чем в два раза увеличить пороговое импульсное магнитное поле, выдерживаемое материалом без возникновения пластических деформаций в состоянии сжатия. Наилучший результат достигается для экспоненциально спадающего профиля модификации и сопровождается снижением тепловыделения в проводнике почти в 3 раза и увеличением порогового поля с 22 до 47 Тл.

Изложенные в настоящей главе научные результаты опубликованы в работах [37, 38, 40].

Глава 4. Электрическая цепь из одновиткового соленоида с концентратором и RLC-контура

В этой главе модели, представленные в главах 2 и 3, были существенно дополнены. Дело в том, что приведённые ранее модели описывают только одиночный толстый проводник (рис. 2.1 или 3.1), на границе которого задаётся импульсное магнитное поле. Однако в экспериментальных условиях цилиндрический проводник, стойкость которого необходимо повысить, помещается внутрь другого более массивного цилиндрического проводника. Вместе они образуют индукторную систему, генерация тока в которой осуществляется за счет подключённого к ней RLC-контура, см. рис. 4.1. Внешний проводник системы представляет собой массивный одновитковый соленоид, а внутренний — концентратор магнитного потока, усиливающий магнитное поле за счёт уменьшающейся по сравнению с соленоидом длины. Опишем подробно построенную модель.

4.1 Описание модели

Рассмотрим систему, представленную на рис. 4.1, состоящую из разрядного электрического контура с собственной индуктивностью L_e, сопротивлением R_e, и ёмкостью конденсаторной батареи C, одновиткового соленоида с внутренним и внешним радиусами $R_{1,s}$ и $R_{2,s}$, соответственно, и концентратора магнитного потока. Уменьшение длины концентратора $L(r)$ от внешнего радиуса R_2 к внутреннему R_1, как правило, происходит по линейному закону

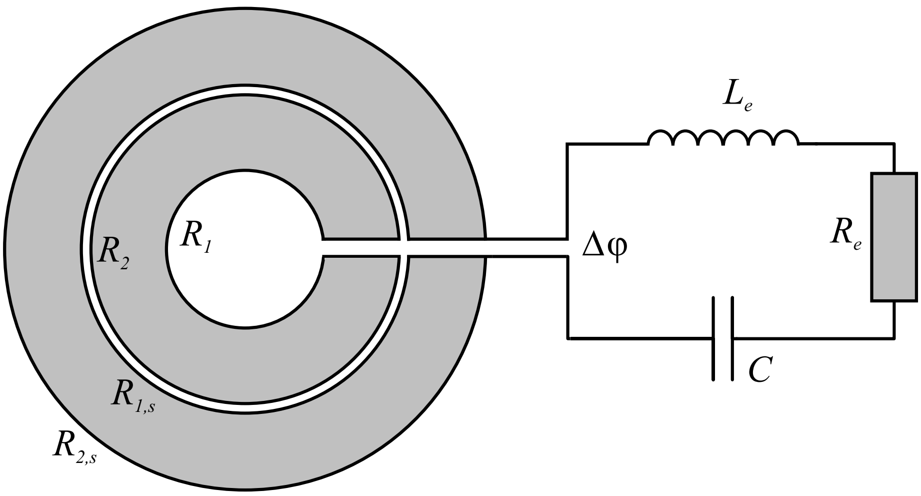

Рис. 4.1. Модель концентратора магнитного потока и соленоида, подключённых к RLC-контуру.

(рис. 1.3а):

$$L(r) = L_1 + L_r(r - R_1), \quad L_r = (L_2 - L_1)/(R_2 - R_1), \tag{4.1}$$

где L_1 и L_2 – длина внутренней (рабочей) и внешней поверхностей концентратора, а R_1 и R_2 – внутренний и внешний радиусы, соответственно. Соленоид имеет постоянную длину L_2, совпадающую с длиной концентратора при $r = R_2$. Поскольку концентратор электрически изолирован, то полный ток через него равен нулю:

$$\int\limits_{R_1}^{R_2} jL(r)dr = 0. \tag{4.2}$$

подставляя выражение для плотности тока j (3.1) и выражение для $L(r)$ и проведя интегрирование по частям получим

$$B_1(t) = B_2(t)\frac{L_2}{L_1} - \frac{L_r}{L_1}\int\limits_{R_1}^{R_2} Bdr, \quad B_2(t) = B(R_{1,s}, t) = \frac{\mu I}{L_2}, \tag{4.3}$$

где I – сила тока, μ — магнитная постоянная, $B_1(t)$ и $B_2(t)$ – магнитные поля на внутренней и внешней границах концентратора. Индукции полей на внутренней границе соленоида и внешней границе концентратора принимались равными. Выражение же для $B_2(t)$ соответствует полю бесконечно длинного соленоида [85]. Уравнения (4.3) являлись граничными условиями для уравнения магнитной диффузии (3.1) в материале концентратора:

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\rho j\right), \quad j = -\frac{1}{\mu}\frac{\partial B}{\partial r}. \tag{4.4}$$

Граничными условиями для задачи о магнитной диффузии внутри соленоида являются выражение для поля $B_2(t)$ (4.3) и отсутствие магнитной индукции на внешней границе соленоида, при $r = R_{2,s}$. Начальным условием для магнитной диффузии является отсутствие магнитного поля во всей системе, т. е. в момент $t = 0$, $B(r, 0) = 0$. Сила тока I, протекающего по соленоиду, определяется динамикой всего электрического контура, частью которого является исследуемая индукторная система. Для описания динамики контура воспользуемся законом Ома:

$$U = \Delta\varphi + IR_e + L_e\frac{dI}{dt}, \quad I = -\frac{dq}{dt}, \tag{4.5}$$

где t – время, $U = qC$ – напряжение на конденсаторной батарее, q – её заряд, $\Delta\varphi$ – падение напряжения на соленоиде, для которого имеем

$$\Delta\varphi = j_s\rho_s 2\pi r + \int\limits_0^r \frac{\partial B}{\partial t} 2\pi r\, dr, \tag{4.6}$$

где первое слагаемое, содержащее j_s – плотность тока в соленоиде, ρ_s – его удельное электрическое сопротивление обусловлено протеканием по нему тока, а второе слагаемое представляет собой ЭДС индукции, вызванную потоком магнитного поля внутри соленоида. Соотношение (4.6) при $r = R_{1,s}$ с учётом выражений (4.3) после подстановки в уравнение (4.5) позволяет записать дифференциальное уравнение контура в виде:

$$\begin{gathered} L_{eff}\frac{d^2q}{dt^2} + R_e\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = j_{1,s}\rho_{1,s}2\pi R_{1,s} - \pi R_1^2\frac{L_r}{L_1}\int\limits_{R_1}^{R_2}\frac{\partial B}{\partial t}dr + 2\pi\int\limits_{R_1}^{R_2}\frac{\partial B}{\partial t}rdr, \\ L_{eff} = L_e + \pi\mu\left(\frac{R_{1,s}^2 - R_2^2}{L_2} + \frac{R_1^2}{L_1}\right), \end{gathered} \tag{4.7}$$

Начальные условия к этому обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка:

$$q(0) = CU_0, \quad I(0) = -\left.\frac{dq}{dt}\right|_{t=0} = 0,$$

где U_0 – зарядное напряжение конденсаторной батареи.

Распределение температуры в проводниках описывалось при помощи того же уравнения, что и в Гл. 3 (3.1), а именно уравнения теплопроводности:

$$c\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \rho j^2 + \sigma_r\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial t} + \sigma_\varphi\frac{\partial \varepsilon_\varphi}{\partial t}, \tag{4.8}$$

В соленоиде, вклад последних двух слагаемых в уравнение для расчёта T не учитывался. Температурная зависимость удельного сопротивления в концентраторе задавалась аналогично предыдущим главам (3.2):

$$\rho(r,t) = \rho^*\left[\gamma(r) + k_\rho T(r,t)\right], \quad \gamma\left(x\right) = 1 + \gamma_0 \exp\left[-\left(\frac{x}{\delta_M}\right)^{N_\gamma}\right], \quad x = r - R_1, \tag{4.9}$$

Начальные условия для уравнений теплопроводности в соленоиде и концентраторе (4.8) были нулевыми, а граничные условия и для концентратора, и для соленоида, определялись в виде заданного теплообмена на границе сталь-воздух. Так, для концентратора:

$$\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=R_1} = \frac{\alpha_q}{\lambda}T, \quad \left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=R_2} = -\frac{\alpha_q}{\lambda}T,$$

где $\alpha_q = 10$ Вт/(м^2·К) – коэффициент теплоотдачи на границе сталь-воздух [84], $\lambda = 39$ Вт/(м·К) – коэффициент теплопроводности стали. Для соленоида граничные условия на внутренней ($r = R_{1,s}$) и внешней ($r = R_{2,s}$) границах выглядят также.

Механическая задача о пространственном распределении напряжений σ, деформаций ε и перемещений w решалась только для концентратора на основании уравнений, описанных в предыдущей главе (3.3–3.9). На обеих границах R_1 и R_2 принималось условие отсутствия нормальных напряжений ($\sigma_r = 0$). Параметры материала (сталь 30ХГСА) были аналогичны Гл. 3. Геометрия проводников $R_1 = 5$ мм, $R_2 = 15$ мм, $R_{1,s} = 15.5$ мм, $R_{2,s} = 30$ мм, $L_1 = 19.25$ мм, $L_2 = 30$ мм и ёмкость конденсаторной батареи $C = 430$ мкФ соответствуют экспериментальной установке работ [15, 49, 50].

Собственная индуктивность $L_{e,0}$ и сопротивление $R_{e,0}$ RLC-контура равные 27.5 нГн и 1.95 мОм, соответственно, были определены из условия наилучшего согласия теоретической модели с экспериментальными данными силы тока в цепи $I(t)$ и магнитной индукции во внутренней полости концентратора $B_1(t)$. Достигнутое согласие теории и эксперимента при этих параметрах для двух зарядных напряжений конденсаторной батареи $U_0 = 5.2$ кВ и

10 кВ продемонстрировано на рис. 4.2. Отметим, что для надежного определения параметров $L_{e,0}$ и $R_{e,0}$ нами использовались только первые три полупериода экспериментальных импульсов, поскольку дальнейшие значения силы тока и магнитной индукции становятся меньше погрешности их экспериментального измерения, поэтому в расчетах, результаты которых обсуждаются ниже, мы также полагали $I = 0$ после третьего полупериода.

Также стоит отметить, что в проведённых в ИЭФ УрО РАН экспериментах [17, 49] по воздействию на стальной концентратор импульса магнитного поля, изменяющегося во времени аналогично рис. 4.2(b, d), но имеющего амплитуду 50 Тл, материал выдерживал не более 60 импульсов магнитного поля. Из этого следует, что безопасные для материала концентратора амплитуды магнитных полей оказываются заметно ниже приведённого значения.

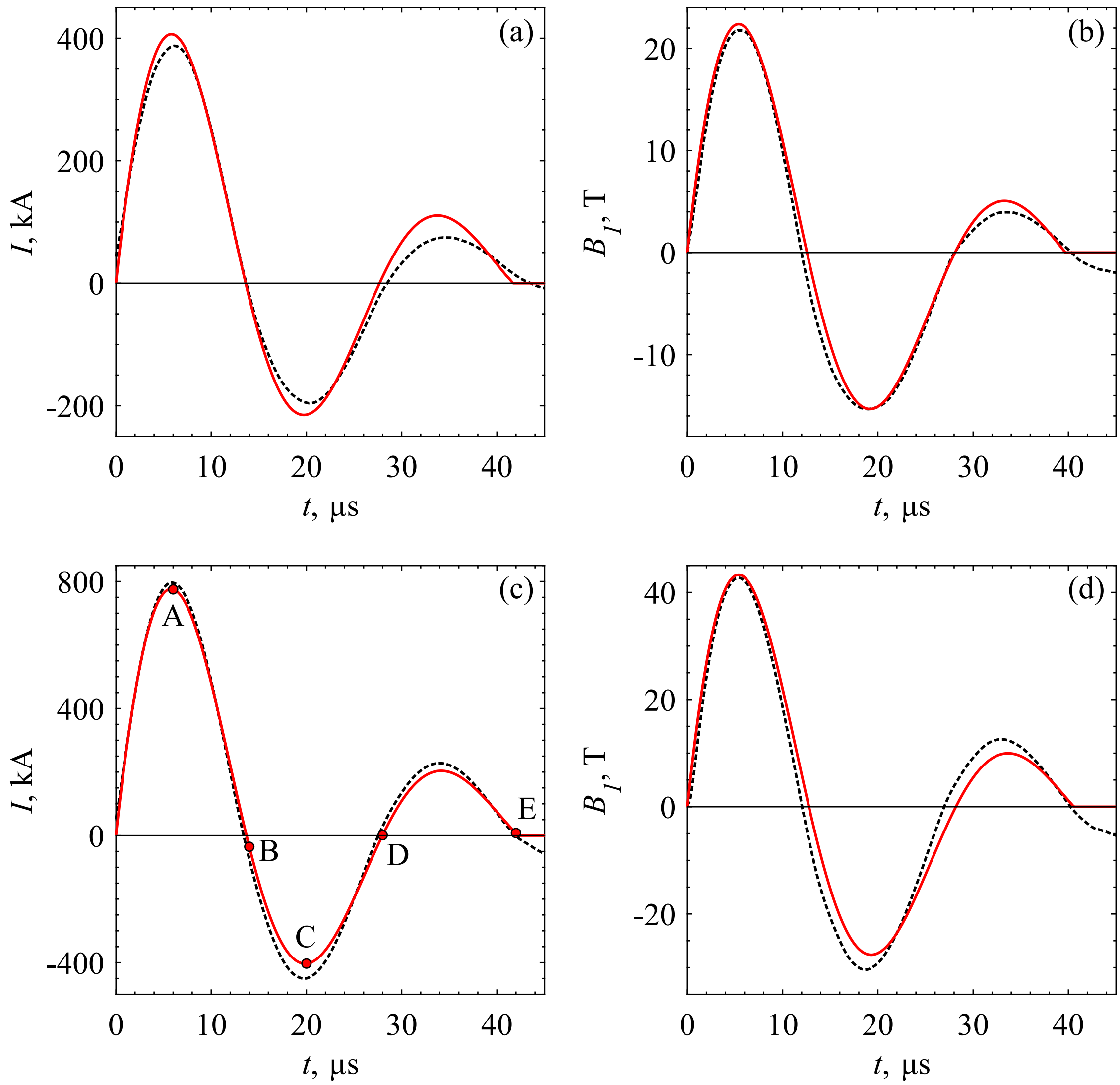

Рис. 4.2. Экспериментальные (штрих. линии) и расчётные (сплошн. линии) временные зависимости импульса тока в электрическом контуре I (a, c) и магнитного поля на внутренней поверхности концентратора B_1 (b, d) при зарядном напряжении $U_0 = 5.2$ кВ (a, b) и 10 кВ (c, d).

4.2 Особенности динамики процессов в соленоиде и концентраторе

Начнём рассмотрение особенностей процессов с пространственного распределения плотностей тока в концентраторе и соленоиде (рис. 4.3), как и в предыдущих главах, при генерации импульса магнитного поля амплитудой 37 Тл. Видно, что максимальные амплитуды плотности тока наблюдаются на внутренней ($r = R_1$) и внешней ($r = R_2$) поверхностях концентратора, а также на внутренней поверхности соленоида при $r = R_{1,s}$, поэтому именно эти поверхности подвергаются максимальному нагреву и, как следствие, максимальным термоупругим напряжениям. С удалением от поверхностей вглубь концентратора и соленоида амплитуды колебаний плотности тока быстро снижаются. Заметим, что для периодического импульса с длительностью $\tau_s \approx 28$ мкс толщина классического скин-слоя в стали (1.5) составляет порядка 1.7 мм. Глядя на рис. 4.3, можно заметить, что несмотря на одинаковое значение магнитного поля на внешней поверхности концентратора и внутренней поверхности соленоида поверхностная амплитуда плотности тока в соленоиде оказывается несколько выше. Это связано с особенностями протекания тока вдоль искривлённой поверхности. Как было показано ранее (рис. 3.2а), плотность тока увеличивается вблизи искривлённой вогнутой поверхности по сравнению с плоской поверхностью. Для выпуклой поверхности, какой является внешняя сторона концентратора, наоборот глубина диффузии увеличивается и снижается концентрация плотности тока вблизи неё. Это объясняется тем, что ток стремится протекать по кратчайшему расстоянию, которое в данной геометрии проводников достигается в области меньших радиусов r.

Для того же импульса магнитного поля рассмотрим к какому нагреву и напряжениям приводит протекание тока. Рисунок 4.4а показывает, что наиболее высокий уровень нагрева наблюдается на внутренней поверхности концентратора, где к моменту $t \approx 44 \cdot 10^{-2}$ мс приращение температуры составляет $T \approx 610$ °C. Для сравнения, на его внешней поверхности и на поверхности соленоида максимальный нагрев составляет порядка 280 и 250 °C, соответственно. Причиной разницы в 30 °C является рассмотренные выше более высокие значения плотности тока вблизи вогнутой поверхности (рис. 4.3), а следовательно большее джоулево тепловыделение. На стадии нагрева хорошо заметны три последовательных участка, соот-

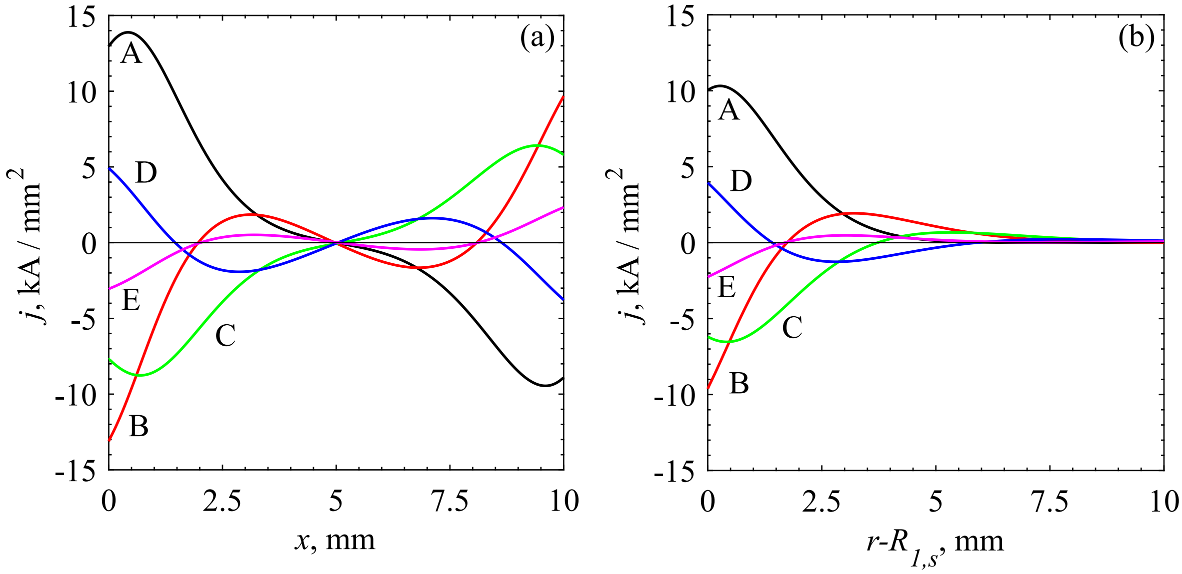

Рис. 4.3. Распределения плотности тока j в концентраторе магнитного потока (a) и соленоиде (b) в моменты времени, отмеченные на рис. 4.2c: A – 6, B – 14, C – 20, D – 28 и E – 42 мкс. Амплитуда импульса магнитного поля на внутренней поверхности концентратора ($x = r - R_1 = 0$) равна 37 Тл, что соответствует зарядному напряжению $U_0 \approx 8.2$ кВ.

ветствующих трем полупериодам импульса тока в разрядном контуре. При этом нагрев за первую четверть периода (точка A на рис. 4.2c) равную 6 мкс составляет $T \approx 305$ °C, т. е. вдвое ниже максимального значения аналогично плоскому проводнику (рис. 2.3b). На стадии охлаждения первоначальное снижение температуры всех трех поверхностей ($r = R_1$, R_2 и $R_{1,s}$) связано, в основном, с оттоком тепла от поверхностных во внутренние менее нагретые слои концентратора и соленоида. Этот процесс выравнивания температуры завершается к $t \approx 3 \cdot 10^3$ мс, после чего дальнейшее относительно медленное охлаждение обусловлено процессом теплоотдачи с поверхностей.

На рис. 4.4b показаны азимутальная σ_φ и аксиальная σ_z компоненты тензора напряжений на внутренней поверхности концентратора. Заметим, что радиальная компонента σ_r обращается в ноль согласно граничному условию. Рисунок показывает, что нагрев материала в течение разряда конденсаторной батареи приводит к состоянию тангенциального сжатия, поскольку обе компоненты напряжения отрицательны. Излом на кривых в момент $t \approx 5 \cdot 10^{-3}$ мс связан с достижением критерия текучести (3.6) и началом пластического деформирования, которое разгружает избыточное тангенциальное сжатие. Увеличение температуры приводит к снижению предела текучести $\sigma_y(T)$ в связи с чем, возвращение материала в упругое состояние, т. е. прекращение пластического течения, происходит только к моменту $t \approx 4.2 \cdot 10^{-2}$ мс. Накопленная в этом процессе пластическая деформация приводит к необратимости процес-

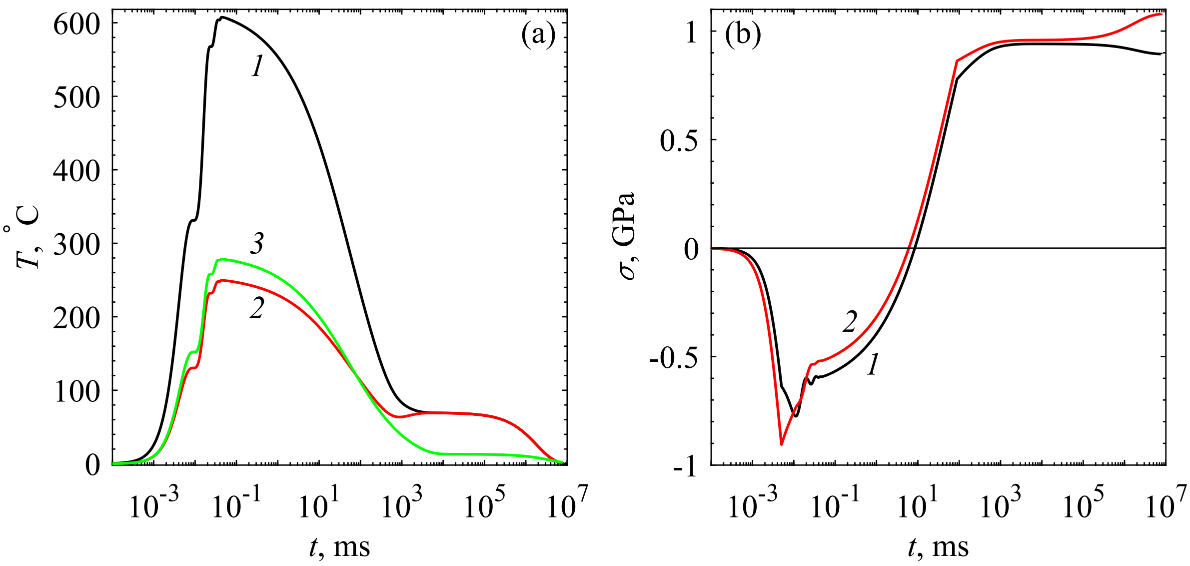

Рис. 4.4. Временные зависимости температуры (a) на поверхностях: линия *1* – $r = R_1$, *2* – $r = R_2$, *3* – $r = R_{1,s}$ и компонент тензора напряжения (b) на поверхности $r = R_1$: линия *1* – азимутальная компонента σ_φ, *2* – аксиальная компонента σ_z при том же импульсе, что и на рис. 4.3.

са «нагрев-охлаждение». Как результат, полное остывание материала до исходной температуры не приводит к начальному состоянию, которое характеризуется отсутствием упругих напряжений. Как можно видеть на рис. 4.4b, при $t > 8.4$ мс снижение температуры приводит к появлению положительных азимутальных и аксиальных напряжений на поверхности, т. е. материал переводится в состояние тангенциального растяжения. Повторное достижение предела текучести в момент $t \approx 90$ мс, которое проявляется в виде излома на кривых напряжений, вызывает появление пластической деформации при последующих аналогичных разрядах конденсаторной батареи, т. е. инициирование механизма малоцикловой усталости.

Таким образом, импульс с амплитудой магнитного поля 37 Тл, соответствующий разряду конденсаторной батареи с $U_0 = 8.2$ кВ, превышает пороговое значение B_{ten}, т. е. поля, достижение которого приводит к появлению пластических деформаций в состоянии растяжения. Снижение зарядного напряжения и, соответственно, амплитуды магнитного поля приводит к сдвигу момента появления второго излома на рис. 4.4b в область бо́льших времен и, наконец, к его полному исчезновению, которое происходит при зарядном напряжении $U_0 \approx 7.1$ кВ со значением $B_{\text{ten}} \approx 32.1$ Тл. Проанализируем, как можно повысить пороговое значение B_{ten}, используя подходы, рассмотренные в предыдущих главах.

4.3 Повышение стойкости концентратора магнитного потока

Начнём представление результатов исследования с **оптимизации формы импульса** магнитного поля. В разделах 2.4, 3.4 импульс задавался в виде затухающей синусоиды, аппроксимирующей экспериментальный сигнал с удовлетворительной точностью (2.4). При этом варьировались параметр затухания τ_e и период колебаний τ_s. Модель, построенная в настоящей главе, позволяет более точно воспроизводить эксперимент (рис. 4.2) и изменять форму импульса за счёт собственной индуктивности L_e и сопротивления R_e разрядного контура (4.5). Если снижение этих параметров обеспечить в используемой экспериментальной установке затруднительно, то их увеличение не составляет принципиальной проблемы. Для анализа влияния параметров L_e и R_e на величину порогового поля B_{ten} мы оценили его изменение вдоль зависимостей $L_e(R_e)$, определяемых соотношением

$$L_e(R_e) = L_{e,0} + \alpha \frac{L_{e,0}}{R_{e,0}} \left(R_e - R_{e,0}\right), \tag{4.10}$$

где α – коэффициент пропорциональности, $L_{e,0}$ и $R_{e,0}$ – индуктивность и сопротивление контура, при которых достигается наилучшее согласие расчёта и экспериментальных данных полученных на действующей установке [15, 49, 50]. При $\alpha = 0$ рост сопротивления R_e не связан с изменением индуктивности, т. е. $L_e = L_{e,0}$. Полученные зависимости $B_{\text{ten}}(R_e)$ при значениях α равных 0, 0.5, 1.0 и 1.5 представлены на рис. 4.5a. Видим, что увеличение сопротивления RLC-контура может существенно повысить значения порогового поля, особенно если это не сопровождается ростом его индуктивности. Так, при $\alpha = 0$ увеличение сопротивления до значения $R_e = 9.5R_{e,0}$ позволяет повысить B_{ten} на 26 %, с 32.1 Тл до 40.3 Тл. При этом требуемое зарядное напряжение повышается с $U_{\text{ten}} \approx 7.6$ кВ до 18.8 кВ, что связано с заметным ростом омических потерь в индукторной системе, а импульс тока приобретает классический апериодический вид (рис. 4.5b).

Вдоль кривой с $\alpha = 0.5$ на рис. 4.5a зависимость $B_{\text{ten}}(R_e)$ также проходит через максимум при $R_e \approx 21R_{e,0}$, который, однако же, располагается при значительно меньшем значении, $B_{\text{ten}} \approx 36.9$ Тл, чем максимум на кривой с $\alpha = 0$. Пороговые поля B_{ten} при $\alpha = 1.0$ и 1.5

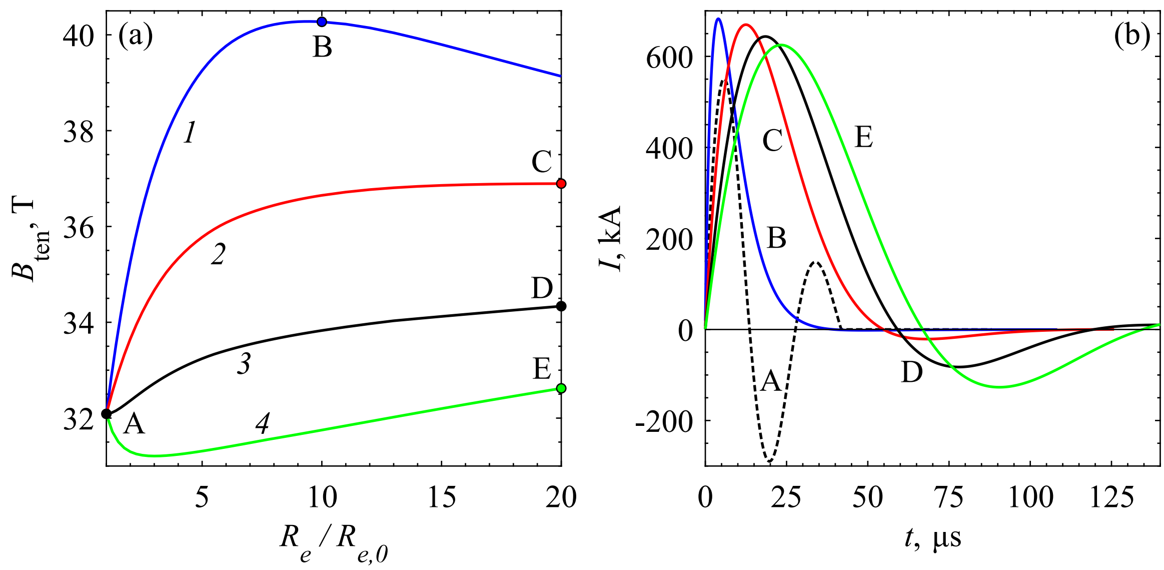

Рис. 4.5. (a) — зависимость порогового поля B_{ten} от сопротивления электрического контура R_e вдоль зависимостей $L_e(R_e)$, определяемых (4.10) с параметром α равным 0 (линия *1*), 0.5 (линия *2*), 1.0 (линия *3*) и 1.5 (линия *4*). (b) — временные развертки тока при разряде RLC-контура, соответствующие точкам A–E.

вплоть до значений $R_e = 20R_{e,0}$ имеют еще меньшую величину. Рис. 4.5b показывает, что вдоль этих кривых, несмотря на рост сопротивления, не реализуется апериодический режим электрических колебаний, что, в свою очередь, не позволяет эффективно снизить нагрев проводящего материала вызванной следующей за первым полупериодом частью импульса. Отметим также, что величина зарядного напряжения U_{ten}, требуемого для генерирования магнитного поля с пороговой амплитудой B_{ten} при сопротивлении $R_e = 20R_{e,0}$, составляет 40.7, 44.9, 48.1 кВ при α равном 0.5, 1 и 1.5, соответственно. Это существенно превышает возможности, используемой в экспериментальных работах [15, 49, 50] конденсаторной батареи, максимальное зарядное напряжение которой составляет порядка 25 кВ.

Далее выясним влияние **начального удельного сопротивления** ρ^* на величину порогового поля B_{ten} при постоянном значении $\partial\rho/\partial T$ (4.9) и при постоянстве всех прочих параметров концентратора, соленоида и разрядного контура. Зависимость $B_{\text{ten}}(\rho^*)$ представлена на рис. 4.6. При уменьшении ρ^* от значения, соответствующего стали 30ХГСА ($\rho_0^* = 42$ мкОм·см), пороговое поле в нулевом пределе возрастает вплоть до 40 Тл. Конечное значение обусловлено тем, что при $\rho^* \to 0$ весь протекающий по проводящему материалу ток концентрируется в поверхностном слое толщиной порядка толщины скин-слоя $\delta \propto \rho^{1/2}$ (1.5). Таким образом, при определенной величине поверхностного тока I имеем вполне определенное значение плотности тепловыделения, независящее от удельного сопротивления:

$$\rho j^2 = \rho\left(\frac{I}{L\delta}\right)^2 \sim I^2 \propto B^2,$$

где L – длина концентратора. Поэтому достижение нагрева $T \sim \int \rho j^2 dt$ (4.9), приводящего к появлению пороговых термонапряжений, определяется только импульсом магнитного поля $B(t)$, и, в частности, его амплитудой.

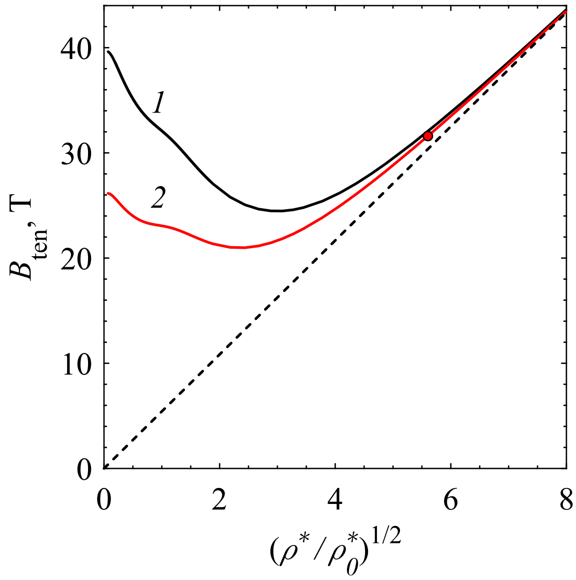

Рис. 4.6. Зависимость порогового поля (линия *1*, B_{ten}) и соответствующего поля соленоида (линия *2*) от начального удельного сопротивления материала концентратора ρ^* (4.9), нормированного на соответствующее значение для стали 30ХГСА ($\rho_0^* = 42$ мкОм·см). Штрих. линия показывает асимптотику $B_{\text{ten}}^2 \propto \rho^*$.

В противоположном пределе $\rho^* \to \infty$ достижение определенной плотности тепловыделения ρj^2 требует снижения поверхностной плотности тока $j \propto \rho^{-1/2}$, что согласно уравнению диффузии (4.4) дает $B \propto \rho j \propto \rho^{*1/2}$. Как показывает рис. 4.6, рост удельного сопротивления от значения ρ_0^* сначала снижает пороговое поле. При $\rho^* \approx 9\rho_0^*$ зависимость $B_{\text{ten}}(\rho^*)$ для концентратора проходит через минимум. Затем, при дальнейшем увеличении сопротивления, пороговое поле возрастает, в пределе выходя на асимптотику $B_{\text{ten}}^2 \propto \rho^*$. Однако этот рост порогового поля концентратора связан с его «вырождением»: одновременно с ростом поля B_{ten}, которое выдерживает концентратор, поле на поверхности соленоида также нарастает и достигает порогового значения в 31.6 Тл (отмечено точкой) при $\rho^* \approx 30\rho_0^*$. Превышение этого значения будет приводить к появлению пластических деформаций растяжения в соленоиде и его последующему разрушению, поэтому несмотря на то, что формально концентратор сможет выдерживать более высокие поля их не сможет выдерживать соленоид, а значит более высокие значения удельного сопротивления, чем $30\rho_0^*$ не приводят к увеличению стойкости всей системы.

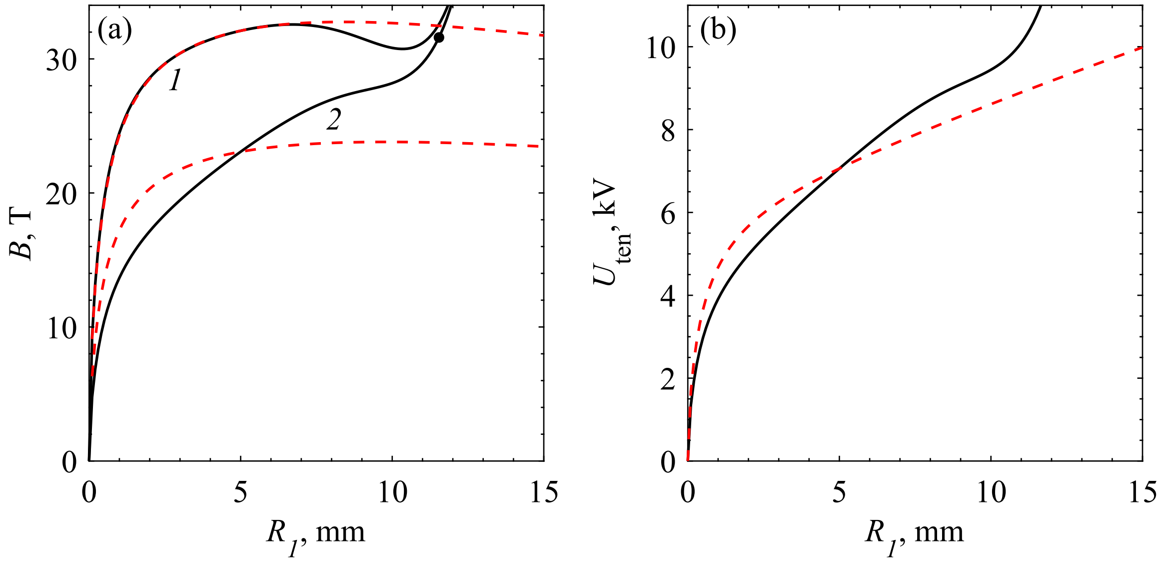

Рис. 4.7. (a) — пороговое поле $B_{\rm ten}$ (линии *1*) и соответствующее поле соленоида (линии *2*), а также зарядные напряжения $U_{\rm ten}$ (b) в зависимости от внутреннего радиуса концентратора R_1. Штрих. линии: при пропорциональном увеличении всех радиальных размеров индукторной системы, т. е. при условии $R_i - R_1 = \rm const$, сплошн. линии — при $R_i = \rm const$ ($i = 2$; 1,s; 2,s).

Ещё одним важным фактором, оказывающим влияние на стойкость концентратора, являются его геометрические размеры. На рис. 4.7а представлены расчётные пороговые поля $B_{\rm ten}$, которые характеризуют магнитные поля во внутренней полости концентратора, и амплитуды поля, генерируемого при этом соленоидом, в зависимости от **внутреннего радиуса концентратора** R_1. Влияние R_1 проанализировано для условий, когда пропорционально увеличиваются все радиальные размеры индукторной системы, т. е. $R_i - R_1 = \rm const$, где $i = 2$; 1,s и 2,s, и для условий, когда остальные размеры зафиксированы, т. е. $R_i = \rm const$ (рис. 4.1). Коэффициент L_r (4.1) в обоих случаях поддерживался постоянным. При пропорциональном увеличении всех размеров до $R_1 = 15.5$ мм пороговое поле $B_{\rm ten} = 31.6$ Тл соответствует предельному значению магнитного поля, которое моделируемый соленоид может выдержать без концентратора. Вставка концентратора с размерами $R_1 = 5$ мм, $R_2 = 15$ мм незначительно повышает достигаемое поле до $B_{\rm ten} = 32.1$ Тл, но зато существенно снижает воздействие на соленоид: поле на его поверхности понижается до величины 23 Тл. Резкий рост порогового поля при $R_1 > 10$ мм для условий $R_i = \rm const$ обусловлен, как и в случае

$\rho^* \to \infty$, «вырождением» концентратора: с уменьшением его толщины, при $R_2 - R_1 \to 0$, во-первых, исчезает различие между кривыми *1* и *2*, а, во-вторых, поле начинает пронизывать концентратор насквозь, не индуцируя в нем тока. При этом концентратор перестает подвергаться разрушительным термонапряжениям, но и перестает защищать соленоид, поле на поверхности которого при $R_1 = 11.55$ мм достигает порогового значения $B_{\rm ten} = 31.6$ Тл (отмечено точкой). Пороговые поля концентратора при относительно малом внутреннем радиусе $R_1 < 7$ мм не зависят от условий его изменения и дают близкий рис. 3.5b результат, а именно быстрое снижение порогового поля с уменьшением R_1, особенно при значениях внутреннего радиуса меньше толщины скин-слоя (1.5), $\delta \approx 1.7$ мм. Наиболее оптимальными значениями внутреннего радиуса концентратора, обеспечивающими максимальные значения порогового поля, являются $R_1 = 8.4$ мм ($R_1 \approx 5\delta$) при $R_i - R_1 = \text{const}$ и $R_1 = 6.7$ мм ($R_1 \approx 4\delta$) при фиксировании всех других радиусов ($R_i = \text{const}$). Пороговые поля, реализуемые при этом: $B_{\rm ten} \approx 32.8$ и 32.6 Тл, соответственно. Однако их реализация потребует увеличения зарядного напряжения (рис.4.7b), до значения $U_{\rm ten} \approx 8.1$ кВ.

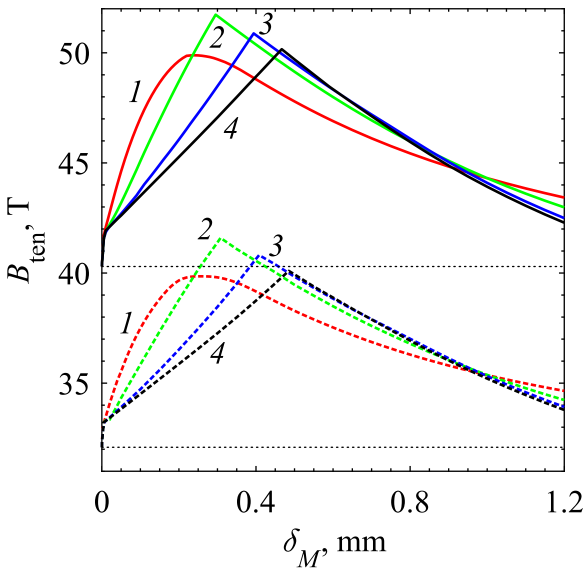

Рис. 4.8. Зависимость порогового поля $B_{\rm ten}$ от глубины модификации δ_M (4.9) при амплитуде модификации $\gamma_0 = 1.5$ и параметре N_γ равном 1 (линии *1*), 2 (линии *2*), 6 (линии *3*) и ступенчатый профиль ($N_\gamma \to \infty$). Штрих. линии соответствуют исходному контуру с сопротивлением $R_{e,0}$, сплошн. линии – $10R_{e,0}$ (точка B на рис. 4.5a). Пункт. линии соответствуют однородному материалу ($\gamma_0 = 0$).

Последнее, что будет проанализировано в рамках этой модели, это влияние **высокорезистивного профиля** (рис. 2.2a). Подобно анализу, проведенному в разделах 2.4 и 3.4, ограничим наше рассмотрение модификациями с относительно небольшой амплитудой, $\gamma_0 = 1.5$

(4.9), которая может быть осуществлена на практике, например, методами ионно-плазменной обработки [49, 50] или диффузионного хромирования [17]. На рис. 4.8 представлены зависимости порогового поля B_{ten} от глубины модификации δ_M при значениях $N_\gamma = 1$, 2, 6, и для ступенчатого профиля ($N_\gamma \to \infty$). Эффект очень близок результату полученному для плоского (рис. 2.6а) и цилиндрического проводника (рис. 3.6а). Наилучшим оказывается профиль с $N_\gamma = 2$, который позволяет увеличить пороговое поле B_{ten} примерно на 30 % с 32 до 41.6 Тл. Также возможно совместное использование подходов по оптимизации формы импульса магнитного поля и высокорезистивной модификации. Так результат использования профилей удельного сопротивления для наилучшего контура с сопротивлением $R_e = 10R_{e,0}$ (точка B на рис. 4.5а) представлен на рис. 4.8. Видим, что повышение порогового поля, достигаемое за счет увеличения диссипативных свойств RLC-контура, практически не зависит от использования высокорезистивных профилей: сплошные и штриховые линии на рис. 4.8 почти эквидистантны. Совместное использование высокого сопротивления контура $R_e = 10R_{e,0}$ и наиболее эффективной из представленных модификации с параметрами $N_\gamma = 2$, $\delta_M \approx 0.3$ мм позволяет повысить предельную амплитуду импульсного поля B_{ten} с 32 до 52 Тл.

4.4 Выводы к Главе 4

В настоящей главе была рассмотрена задача диффузии магнитного поля с учётом распределения температурных полей, механических напряжений и деформаций в индукторной системе, состоящей из RLC-контура, толстого одновиткового соленоида с концентратором магнитного потока. Результаты расчёта находятся в хорошем согласии с временными развертками тока контура и магнитной индукции, полученными экспериментально. Выполнен анализ возможных способов повышения амплитуды магнитного поля без угрозы разрушения B_{ten}. Проведённое исследование привело к следующим новым результатам:

1. Обнаружено, что уменьшение удельного сопротивления материала при постоянстве других параметров имеет перспективу увеличения порогового поля B_{ten} на 25 %, с 32 до 40 Тл.

2. Показано, что изменение внутреннего радиуса концентратора не приводит к заметно-

му увеличению генерируемого магнитного поля без угрозы разрушения. Более того, при внутренних радиусах меньших толщины скин-слоя амплитуда B_{ten} стремительно снижается.

3. Установлено, что для традиционно используемых стальных концентраторов из стали 30ХГСА увеличение электрического сопротивления контура без изменения индуктивности позволяет повысить амплитуду генерируемых импульсных магнитных полей B_{ten} примерно на 25 %, с 32 до 40 Тл.

4. Обнаружено, что увеличение электрического сопротивления контура совместно с применением модифицирующих поверхностных слоев с относительно невысокой резистивностью, при которой удельное сопротивление на рабочей поверхности концентратора в 2.5 раза выше, чем в толще материала, могут быть достигнуты ещё более высокие магнитные поля без угрозы разрушения индукторной системы вплоть до 52 Тл.

Изложенные в настоящей главе научные результаты опубликованы в работе [41].

Глава 5. Цилиндрический проводник с поверхностной неровностью в импульсном азимутальном магнитном поле

Настоящая глава является продолжением исследования стойкости проводников в сильных импульсных магнитных полях. В главах 3, 4 было представлено моделирование аксиального магнитного поля и азимутального тока, что соответствует геометрии одновиткового соленоида или концентратора магнитного потока. В этой главе стойкость проводника будет проанализирована в противоположной конфигурации, а именно азимутальное магнитное поле и аксиальный ток, что соответствует геометрии провода с протекающим вдоль него током. Данная конфигурация известна в литературе как z-пинч [26, 28, 30, 86–88]. Особенностью настоящего исследования является наличие на поверхности цилиндрического проводника осесимметричной неровности в виде одиночного расширения или сужения, или периодической структуры сужений-расширений (рис. 5.1). Это позволит проанализировать влияние поверхностных неровностей на концентрацию плотности тока, протекающего по проводнику, и как следствие, усиление скорости нагрева в их окрестности.

5.1 Описание модели

Рассмотрим протяженный аксиально-симметричный проводник, на поверхности которого присутствует неровность в виде одиночного выступа, впадины, или периодической шероховатости, как представлено на рис. 5.1. Пусть радиус исходного, идеально гладкого, про-

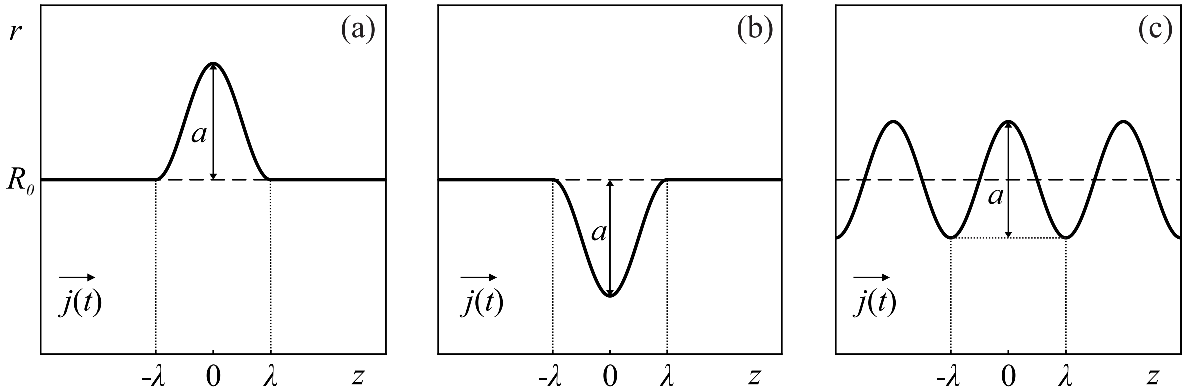

Рис. 5.1. Моделируемые неровности на поверхности провода: (a) – одиночное расширение (выступ), (b) – одиночное сужение, (c) – периодическая неровность (шероховатость).

водника равен R_0. Ось Oz цилиндрической системы координат (r,φ,z) совместим с осью симметрии исследуемого проводника. Тогда форма поверхности, т. е. зависимость радиуса R от координаты z, в окрестности поверхностной неоднородности описывается соотношением:

$$R(z) = R_0 + \frac{a}{2}\left(1 + \cos\left(\frac{\pi z}{\lambda}\right)\right), \quad -\lambda \le z \le +\lambda, \tag{5.1}$$

с амплитудой неровности $a > 0$ для выступа, и $a < 0$ — для сужения. В случае периодической неровности, рис. 5.1c,

$$R(z) = R_0 + a\cos\left(\frac{\pi z}{\lambda}\right), \quad -\infty < z < +\infty. \tag{5.2}$$

Параметр λ имеет смысл полуширины неоднородности (5.1), или полупериода волнообразного профиля (5.2). Аксиальная симметрия в цилиндрических координатах (r,φ,z) обеспечивает наличие только одной φ-компоненты магнитного поля, т. е. $\mathbf{B} = (0, B, 0)$ и двух компонент плотности тока $\mathbf{j} = (j_r, 0, j_z)$. Уравнение магнитной диффузии (1.2) и выражения для плотности тока (1.1) в рассматриваемой конфигурации принимают вид:

$$\frac{\mu}{\rho}\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\partial^2 B}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial B}{\partial r} - \frac{B}{r^2} + \frac{\partial^2 B}{\partial z^2}, \quad j_r = -\frac{1}{\mu}\frac{\partial B}{\partial z}, \quad j_z = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial B}{\partial r} + \frac{B}{r}\right). \tag{5.3}$$

Граничные условия к первому из уравнений (5.3) на оси $r = 0$ и на внешней поверхности провода $r = R$ принимают вид [85]:

$$B(0) = 0, \quad B(R) = B_m\frac{R_0}{R}\sin(\omega t), \quad B_m = \frac{\mu I_m}{2\pi R_0}, \tag{5.4}$$

где I_m – амплитуда тока, временная зависимость которого $I(t)$ задавалась в виде:

$$I = I_m \sin(\omega t), \quad \omega = \frac{2\pi}{\tau_s}, \tag{5.5}$$

где t – время, τ_s – период колебаний. В дополнение к ним были использованы периодические граничные условия на поверхностях $z = 0$ и $z = L$:

$$\left.\frac{\partial B}{\partial z}\right|_{z=0} = \left.\frac{\partial B}{\partial z}\right|_{z=L} = 0, \tag{5.6}$$

где расстояние L для одиночных неровностей выбирается достаточно большим: $L = 10\lambda$ для выступа и $L = 10\max(\lambda, a)$ для сужения. Для периодической шероховатости $L = \lambda$. Решение уравнений (5.3) для установившегося режима имеет вид [48, 89, 90]

$$\begin{gathered} B(r,z,t) = B_c(r,z)\cos(\omega t) + B_s(r,z)\sin(\omega t), \\ j_r = j_{cr}\cos(\omega t) + j_{sr}\sin(\omega t), \quad j_z = j_{cz}\cos(\omega t) + j_{sz}\sin(\omega t), \end{gathered} \tag{5.7}$$

с граничными условиями:

$$B_s|_{r=0} = B_c|_{\substack{r=0\\r=R}} = 0, \quad B_s|_{r=R} = B_m\frac{R_0}{R}, \quad \left.\frac{\partial B_s}{\partial z}\right|_{\substack{z=0\\z=L}} = \left.\frac{\partial B_c}{\partial z}\right|_{\substack{z=0\\z=L}} = 0. \tag{5.8}$$

Задача определения пространственных распределений $B_c(r,z)$ и $B_s(r,z)$ решалась численно методом конечных разностей. При известных величинах B_c и B_s все компоненты плотности тока на основании (5.3) могут быть найдены по формулам

$$j_{cr} = -\frac{1}{\mu}\frac{\partial B_c}{\partial z}, \quad j_{sr} = -\frac{1}{\mu}\frac{\partial B_s}{\partial z}, \quad j_{cz} = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial B_c}{\partial r} + \frac{B_c}{r}\right), \quad j_{sz} = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial B_s}{\partial r} + \frac{B_s}{r}\right).$$

А усредненная за период мощность тепловыделения в каждой точке:

$$\Omega(r,z) = \frac{1}{\tau_s}\int_0^{\tau_s} \rho\left(j_r^2 + j_z^2\right)dt = \frac{\rho}{2}\left(j_{sr}^2 + j_{cr}^2 + j_{sz}^2 + j_{cz}^2\right). \tag{5.9}$$

На основании расчётных значений величины Ω (5.9) подобно исследованиям, приведённым в Гл. 1, в этой главе будут сформулированы выводы о стойкости проводника с неровностями на поверхности.

Для верификации расчётов использовалось аналитическое решение для гладкого проводника, которое может быть получено при помощи преобразования Лапласа [48, 89]. В отсутствие поверхностных неровностей, т. е. для провода идеальной цилиндрической формы, задача становится одномерной. При этом последний член в уравнении магнитной диффузии (5.3) отсутствует, а также упрощаются граничные условия (5.4), т. к. $R(z) = R_0$. Полученное решение для установившегося режима можно представить в виде:

$$\frac{B(r,t)}{B_m} = \frac{r}{R_0}\sin(\omega t) + 2\sin(\omega t)\frac{\omega^2 R_0^4 \mu^2}{\rho^2}\sum_{\beta_k>0}\frac{\psi(r,\beta_k)}{\beta_k} + 2\cos(\omega t)\frac{\omega R_0^2 \mu}{\rho}\sum_{\beta_k>0}\beta_k\psi(r,\beta_k),$$

$$\psi(r,\beta_k) = \frac{J_1(\beta_k r/R_0)}{J_0(\beta_k)}\left(\beta_k^4 + \frac{\omega^2 R_0^4 \mu^2}{\rho^2}\right)^{-1},$$

где J_n – функция Бесселя порядка n, а β_k – ненулевые корни уравнения $J_1(\beta) = 0$. Результаты моделирования гладкого проводника в точности совпадали с данным решением.

Расчёты, результаты которых обсуждаются ниже, проводились для медного проводника с постоянным удельным сопротивлением $\rho = 1.7$ мкОм·см. Радиус проводника R_0 и период колебаний τ_s задавались характерными для экспериментов по электрическому взрыву в скиновом режиме на установке MIG [22, 23, 26, 91, 92] ($R_0 = 1$ мм, $\tau_s = 400$ нс) и на установке GIT [93] ($R_0 = 2$ мм, $\tau_s = 8$ мкс). MIG-условия экспериментов соответствуют толщине скин-слоя $\delta \approx 40$ мкм (1.5), GIT-условия — $\delta \approx 180$ мкм. Таким образом, был рассмотрен квазистатический режим ($\delta \gg a$) и случай, когда $\delta \approx a$. Случай $\delta \ll a$, не представляет интереса, как показано в исследовании [29], и не актуален в практическом плане. Рассмотренные размеры неровности (рис. 5.1): a (амплитуда) и λ (полуширина) не превышали 30 мкм.

Важно отметить, что в данном исследовании моделируется усиление плотности тока и, как следствие, мощности тепловыделения в окрестности поверхностных неровностей только на самой начальной стадии протекания тока, когда влиянием нагрева можно пренебречь. Поэтому не осуществляется учёт изменения удельного сопротивления материала с температурой, а также не рассматриваются процессы плавления, плазмообразования и электрического взрыва, происходящие в экспериментах [22, 23, 26, 29, 91, 92].

5.2 Особенности протекания тока вблизи неровностей

Начнём представление результатов с распределения плотности тока в моделируемом проводнике. На рис. 5.2 представлен типичный вид расчетных радиальных зависимостей амплитуды z-компоненты плотности тока $j_{z,m}$ вдоль линии $z = 0$ (центр неровности) для случаев одиночного расширения, одиночного сужения, и периодической шероховатости. В качестве параметра нормировки используется амплитуда плотности тока при тех же параметрах расчета на поверхности гладкого провода $j_{0,w} = j_{0,m}(R_0)$, или, что то же самое, амплитуда поверхностной плотности тока $j_{z,w}$ вдали от одиночной неровности. Ввиду зеркальной симметрии задачи относительно плоскости $z = 0$ в данном сечении из двух компонент плотности тока (5.7) с амплитудами

$$j_{z,m} = \sqrt{j_{sz}^2 + j_{cz}^2}, \quad j_{r,m} = \sqrt{j_{sr}^2 + j_{cr}^2}$$

остается только осевая компонента j_z, которая таким образом представляет собой полную плотность тока.

Во-первых, отметим, что магнитное поле и электрический ток практически не проникают в проводник глубже чем на 5δ. В расчетах, соответствующих параметрам, представленным на рис. 5.2, это проявляется независимо от наличия поверхностных неоднородностей в снижении плотности тока на 2 порядка, т. е. до значений менее $0.01 j_{0,w}$, на глубине $\Delta r = 0.2$ мм в случае MIG-условий, когда $\delta \approx 40$ мкм, и на глубине $\Delta r = 1.0$ мм в случае GIT-условий, когда $\delta \approx 180$ мкм. Во-вторых, отметим, что влияние поверхностной неровности на распределение плотности тока, по сравнению с гладким проводом, становится малозначимым на расстояниях примерно в 5 раз превышающих размеры самой неровности. Так на рис. 5.2, где $a = \lambda = 10$ мкм, все зависимости $j_{z,m}(r)$ практически сливаются на глубине $\Delta r = 50$ мкм.

Заметное различие между амплитудами плотности тока, соответствующими поверхностным расширению и сужению, наблюдается в окрестности неровности, т. е. на глубинах $\Delta r \approx a$. Здесь радиальные зависимости амплитуды z-компоненты плотности тока демонстрируют кардинально разное поведение. Одиночное расширение (линии *1* на рис. 5.2) приводит к существенному уменьшению плотности тока по сравнению с однородным проводом, которое на поверхности $r = R$ соответствует значениям $j_{z,m}/j_{0,w} \approx 0.11$ для MIG-условий и 0.07 для

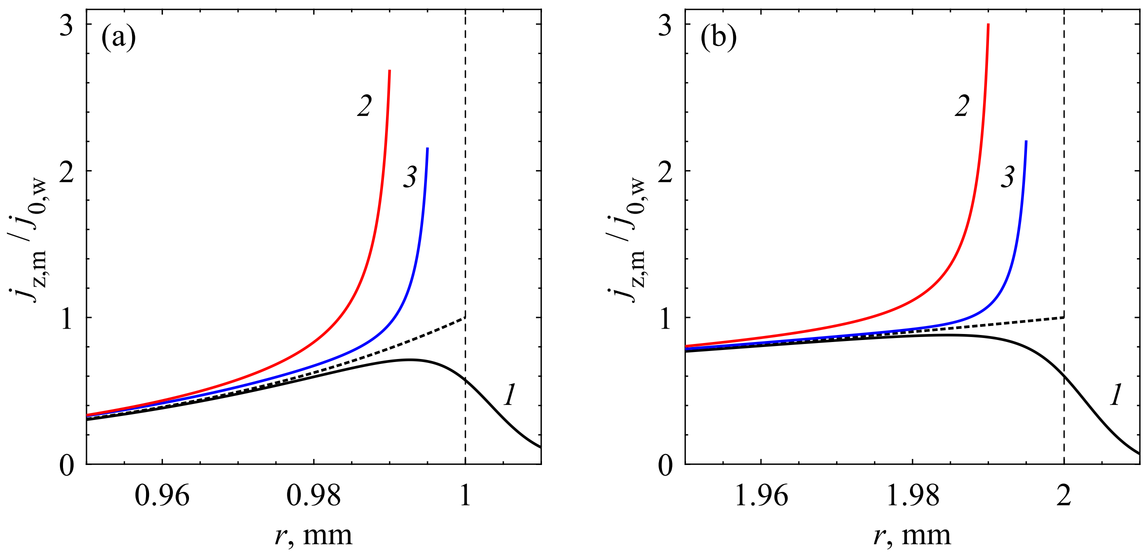

Рис. 5.2. Радиальные зависимости нормированной амплитуды z-компоненты плотности тока $j_{z,m}$ в центральном сечении $z = 0$ для одиночной поверхностной неровности с размерами $a = \lambda = 10$ мкм в виде расширения (линии *1*), сужения (линии *2*) и периодической шероховатости (линии *3*). Параметры расчета: (a) – $R_0 = 1$ мм, $\tau_s = 0.4$ мкс; (b) – $R_0 = 2$ мм, $\tau_s = 8$ мкс. Штриховые линии показывают зависимости, соответствующие решению $j_{0,m}(r)$ для гладкого провода. Параметр нормировки – $j_{0,w} = j_{0,m}(R_0)$.

GIT-условий. В то же время, одиночное сужение (линии *2*) дает увеличение плотности тока на поверхности до величин $j_{z,m}/j_{0,w} \approx 2.7$ для MIG-условий и 3.0 для GIT-условий. Отметим несколько более сильное влияние поверхностной неровности на распределение плотности тока при GIT-параметрах, близких к квазистатическому пределу $\delta \gg a$, чем при MIG-условиях, когда $\delta \approx a$. Это, в качественном плане, согласуется с необходимостью существенного снижения данного влияния в пределе $\delta \ll a$, где должно выполняться $j_{z,m}/j_{0,w} \propto a/R_0$ [16]. Однако в количественном плане, различие между MIG и GIT условиями невелико.

При переходе от центра неровности ($z = 0$) к её границе ($z = \lambda$), эффект воздействия неоднородности на радиальную зависимость плотности тока меняется вплоть до противоположного как в случае одиночного расширения — см. рис. 5.3(a, c), так и в случае одиночного сужения — рис. 5.3(b, d). Здесь, во-первых, хотелось бы отметить, что в сечениях $z > 0$ плотность тока помимо z-компоненты имеет еще и r-компоненту, амплитуда которой представлена на рисунках 5.3(c, d). Рис. 5.3a показывает, что резкое снижение z-компоненты плотности тока, наблюдаемое при приближении к вершине одиночного расширения, сменяется ростом данной величины вблизи поверхности на границе неровности, при $z = \lambda$. Радиальная компонента плотности тока j_r вдоль сечения $z = \lambda$ должна обращаться в ноль на поверхности $r = R$ в силу граничных условий. Однако в непосредственной близости, например, вдоль

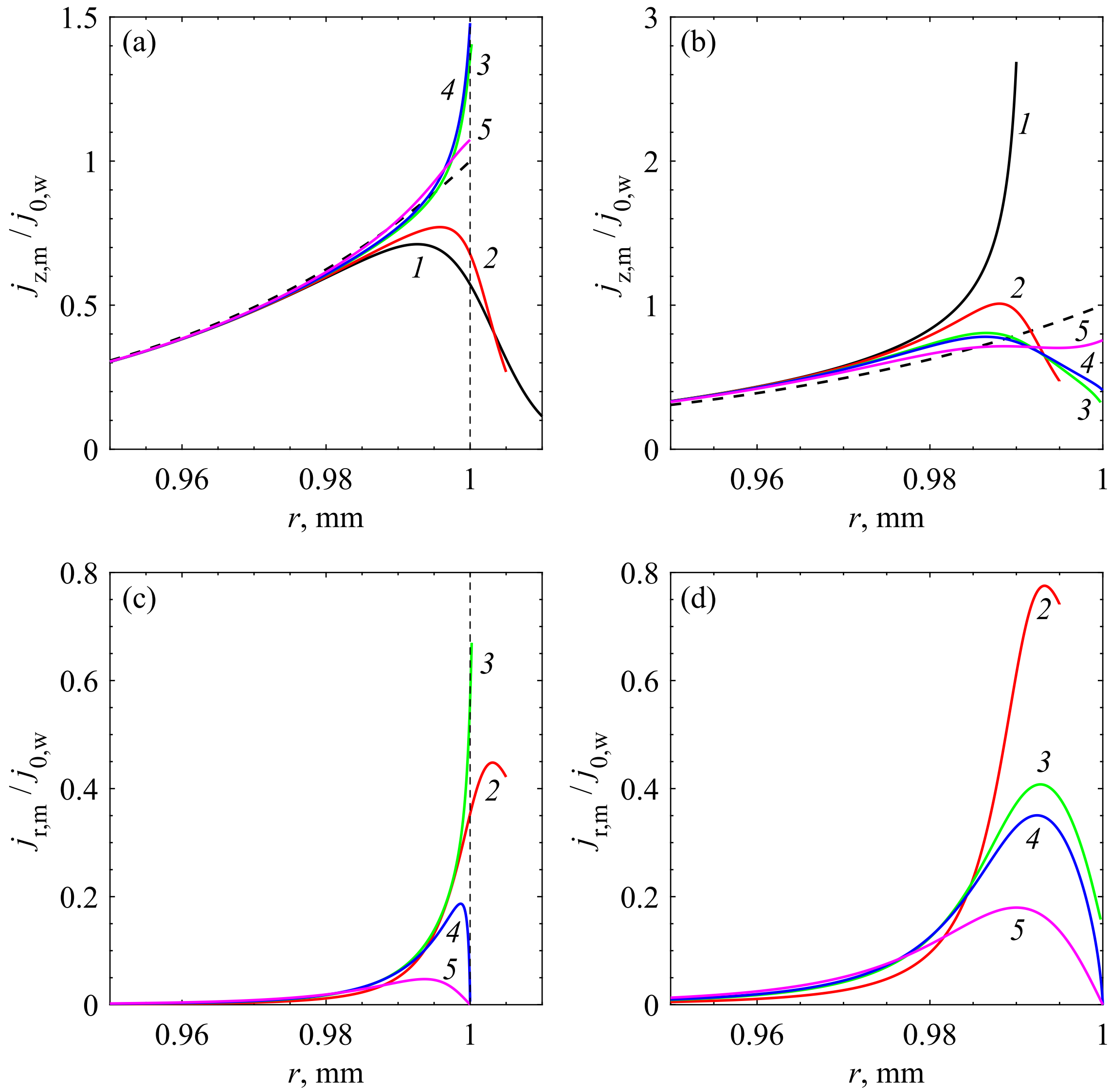

Рис. 5.3. Радиальные зависимости нормированных амплитуд z (a, b) и r (c, d) компонент плотности тока в окрестности одиночного расширения (a, c) и сужения (b, d) при $R_0 = 1$ мм, $\tau_s = 0.4$ мкс, $a = \lambda = 10$ мм в сечениях: $z = 0$ – линии *1*, $z = 0.5\lambda$ – *2*, $z = 0.9\lambda$ – *3*, $z = \lambda$ – *4*, $z = 1.5\lambda$ – *5*. Штрих. линии показывают зависимость $j_{z,m}(r)$, соответствующую решению для гладкого провода.

сечения $z = 0.9\lambda$, амплитуда r-компоненты плотности тока также демонстрирует значительный рост с приближением к поверхности провода. При значениях $z > \lambda$ и для одиночного расширения, и для одиночного сужения, как показывают линии *5* для $z = 1.5\lambda$ на рис. 5.3, радиальные зависимости компонент плотности тока быстро стремятся к реализации решения для гладкого провода, согласно которому $j_r \equiv 0$, а соответствующая зависимость $j_{z,m}(r)$ показана на рисунках штриховыми линиями.

Инверсия характера зависимости $j_{z,m}(r)$ при переходе от центра неровности ($z = 0$) к её краю ($z = \lambda$) для случая одиночного сужения продемонстрирована на рис. 5.3(b, d). Видим, что достаточно резкий рост амплитуды j_z, наблюдаемый в центральной части сужения, сменяется заметным уменьшением данной величины на границе неровности. Можно говорить, что края расширения аналогичны центру сужения, а края сужения аналогичны центру выступа. Рис. 5.3d показывает, что в отличие от z-компоненты амплитуда r-компоненты плотности тока $j_{r,m}$ может достигать максимума не на самой поверхности провода, при $r = R$, а на некоторой глубине. Однако по абсолютной величине r-компонента существенно уступает z-компоненте для всех исследуемых типов неровности — см. рис. 5.3, поэтому локализация области максимального нагрева, который представляет основной интерес для настоящего исследований, в первую очередь определяется величиной $j_{z,m}$.

Как показали проведенные расчеты, для всех исследованных типов неровностей максимальный нагрев достигается именно на поверхности проводника, и следовательно, наибольший интерес представляют амплитуды поверхностной плотности тока — при $r = R(z)$, т. е. значения $j_{z,w}(z) = j_{z,m}(R, z)$ и $j_{r,w}(z) = j_{r,m}(R, z)$. Приведенные компоненты $j_{z,w}$ и $j_{r,w}$ поверхностной плотности тока для одиночного расширения, сужения, или периодической шероховатости (5.2) представлены на рис. 5.4. Рисунок показывает максимальное усиление z-компоненты плотности тока в центре углубления, что вполне ожидаемо, как в случае одиночного сужения (линии *2*, при $z = 0$), так и в случае периодической шероховатости (линии *3*, при $z = \lambda$). Несколько более неожиданным результатом, который однако же логично вытекает из радиальных зависимостей, представленных на рис. 5.3(a, c), является появление участков усиления поверхностной плотности тока ($j_{z,w} > j_{0,w}$) при наличии одиночного расширения провода (линии *1*). Так, для расчета, представленного на рис. 5.4, величина $j_{z,w}$ вдоль линии *1* достигает максимального значения равного 1.60 $j_{0,w}$ при $z \approx 9.6$ мкм. Последнее говорит о том, что «слабыми» местами проводника могут являться не только поверхностные углубления, но также и поверхностные выступы в виде осесимметричных расширений. Тем не менее по степени усиления плотности тока, как показывает рис. 5.4, наиболее опасными местами являются одиночные сужения, а шероховатость периодического типа (линии *3*) занимает промежуточное положение.

В следующем разделе будет проведён анализ влияния всех исследуемых поверхностных неровностей, представленных на рис. 5.1, на стойкость проводника при помощи усредненной за период мощности Ω тепловыделения, определяемую соотношением (5.9). При этом по аналогии с плотностью тока, в качестве нормировки значений Ω будем использовать максимальное значение мощности тепловыделения, которое достигается на гладком проводе $\Omega_{0,\max}$.

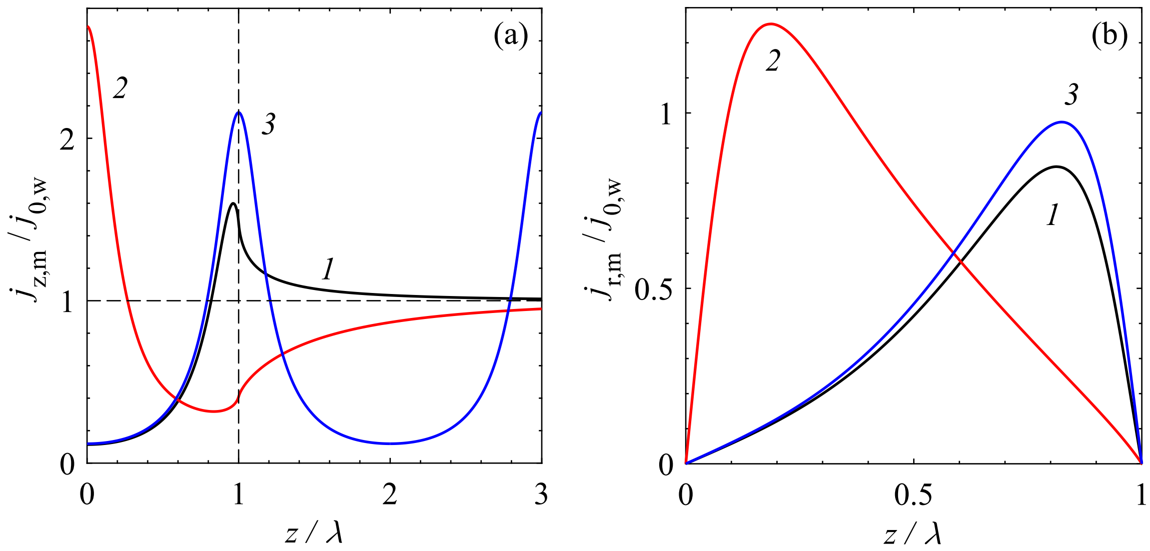

Рис. 5.4. Приведенные амплитуды компонент плотности тока j_z (a) и j_r (b) на поверхности провода, т. е. при $r = R(z)$, для одиночной неровности в виде расширения (линии *1*), сужения (линии *2*), и для периодической шероховатости (5.2) (линии *3*). Параметры расчета: $a = \lambda =$ 10 мкм, $R_0 = 1$ мм, $\tau_s = 0.4$ мкс.

5.3 Влияние неровностей на поверхности проводника на мощность тепловыделения

Характерный вид пространственных распределений мощности нагрева (5.9) для всех типов неровностей (рис. 5.1) представлен на рис. 5.5. Вдали от неровности, на границе расчетной области (при $z = L$), решение с высокой точностью соответствует решению для гладкого провода. На рис. 5.5(a, b) это проявляется в практически идентичном характере распределений нагрева, реализуемых на краях, хотя для сужения (рис. 5.5b) показана только треть расчетной области по z-оси.

Кроме распределения мощности нагрева рис. 5.5 демонстрирует форму линий тока в момент $\omega t = \pi/2$, т. е. когда суммарный ток по проводнику достигает максимума. При одинаковых размерах (a и λ) максимальное локальное усиление нагрева (перегрев), среди всех трех анализируемых типов неровности, наблюдается для одиночного сужения, и располагается в самой глубоко расположенной поверхностной точке. Это соответствует резкому сгущению линий тока в этой области.

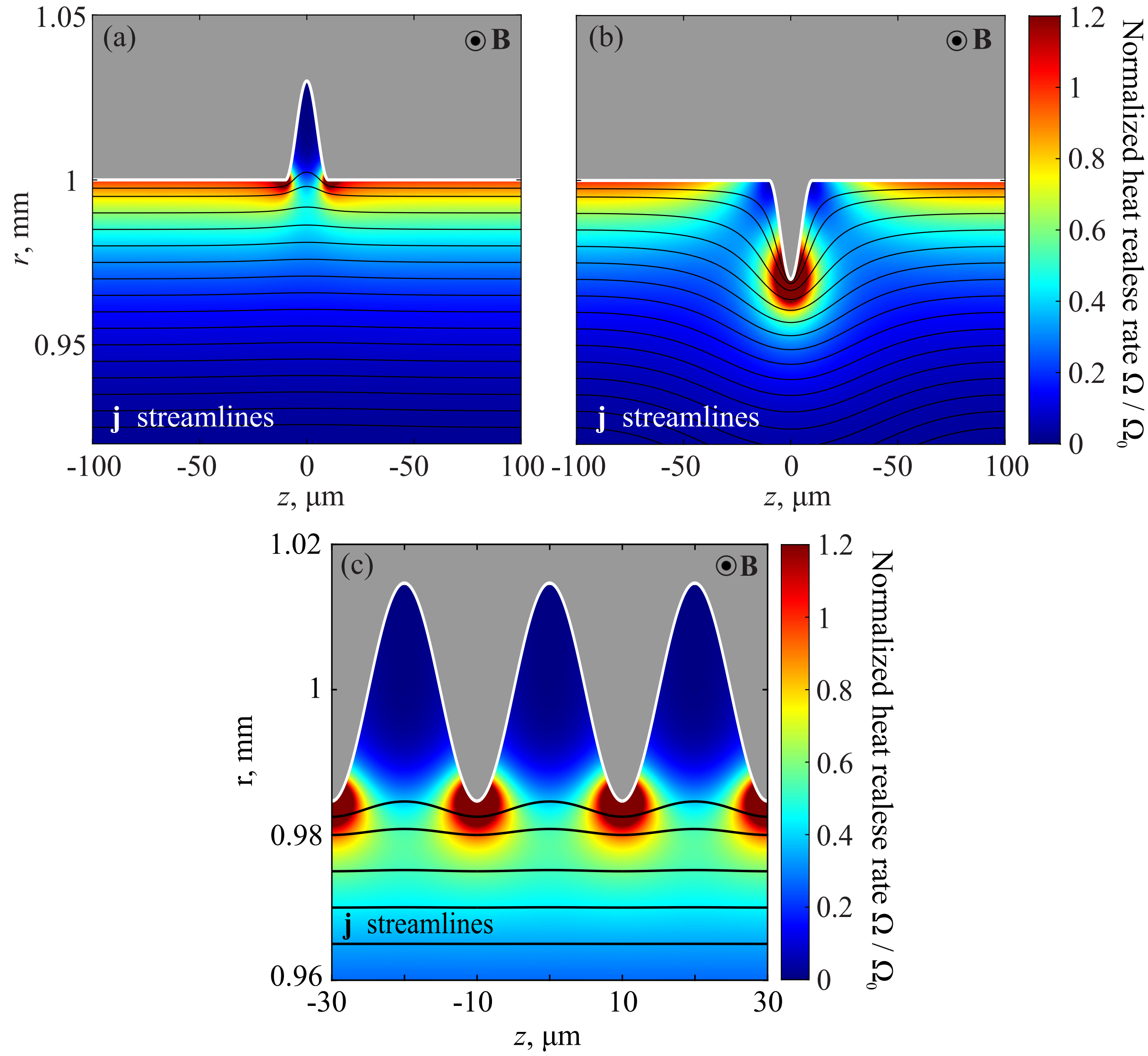

Рис. 5.5. Распределение усредненной за период мощности тепловыделения по сечению проводника в окрестности одиночной поверхностной неровности в виде расширения (a), сужения (b) и периодической шероховатости (c), а также линии тока в момент $\omega t = \pi/2$ (максимум полного тока). Параметры расчета: $\lambda = 10$ мкм, $a = 30$ мкм, $R_0 = 1$ мм, $\tau_s = 0.4$ мкс.

Отмеченное в предыдущем разделе усиление поверхностной плотности тока по краям одиночного расширения приводит к образованию областей локального перегрева в соответствующих местах (рис. 5.5a). Однако здесь необходимо отметить пространственный масштаб поверхностных областей сильного и слабого нагрева, которые формируются в окрестности изображенных неровностей. Наблюдаемые с внешней стороны проводника области перегрева по краям выступа (рис. 5.5a) примерно на порядок меньше по своим размерам, чем сама неровность. При этом в области выпуклости плотность тока и нагрев сильно снижены, т. е. она представляет собой относительно «холодное» пятно. Таким образом, если разрешение инструментов для наблюдения за поверхностью недостаточно, то можно ожидать, что небольшие по пространственной протяженности участки даже сильного перегрева могут оказаться замаскированы центральным «холодным» пятном. В окрестности углубления (рис. 5.5(b, c)) область локального перегрева гораздо больше и по амплитуде, и по своим размерам. Однако края неровности, будучи наиболее холодной областью, также могут затруднять обнаружение нагретых углублений.

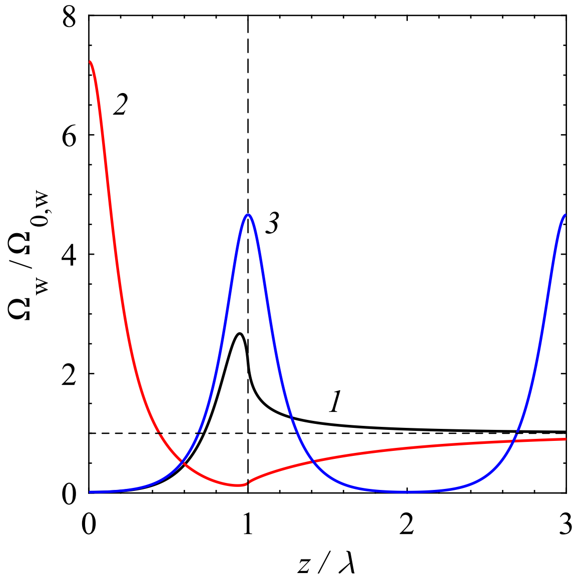

Рис. 5.6. Усредненная за период мощность тепловыделения на поверхности провода, т. е. при $r = R(z)$, нормированная на соответствующее значение гладкого провода, для одиночного расширения (линия *1*), сужения (линия *2*), и для периодической шероховатости (линия *3*). Параметры расчета: $a = \lambda = 10$ мкм, $R_0 = 1$ мм, $\tau_s = 0.4$ мкс.

Рис. 5.6 демонстрирует характерный вид распределений усредненной мощности тепловыделения вдоль поверхности провода $\Omega_w(z)$, т. е. значения Ω при $r = R(z)$, для всех анализируемых типов неровностей. Можно заметить, что характер зависимостей $\Omega_w(z)$ качественно тождественен зависимостям поверхностной z-компоненты плотности тока, представленной на рис. 5.4. Это вполне ожидаемый результат, учитывая ее существенное, не менее чем двукратное преобладание над r-компонентой.

Максимумы показанных на рис. 5.6 зависимостей $\Omega_w(z)$, как уже отмечалось выше, одновременно являются глобальными максимумами $\Omega_{max} = \max\limits_{r,z} \Omega(r, z)$. В случае одиночного сужения и периодической шероховатости точка максимума всегда находится в центре углубления, т. е. $z_{max} = 0$, а в случае одиночного расширения, согласно проведенным расчетам, — возле края неровности с небольшим смещением к центру. Например, для ситуации, изображенной на рис. 5.6, координата максимума на линии *1* — $z_{max} \approx 0.95\lambda$. Величины максимальной мощности нагрева Ω_{max} в зависимости от амплитуды неровности a, нормированные на соответствующее значение для гладкого провода ($a = 0$), представлены на рис. 5.7.

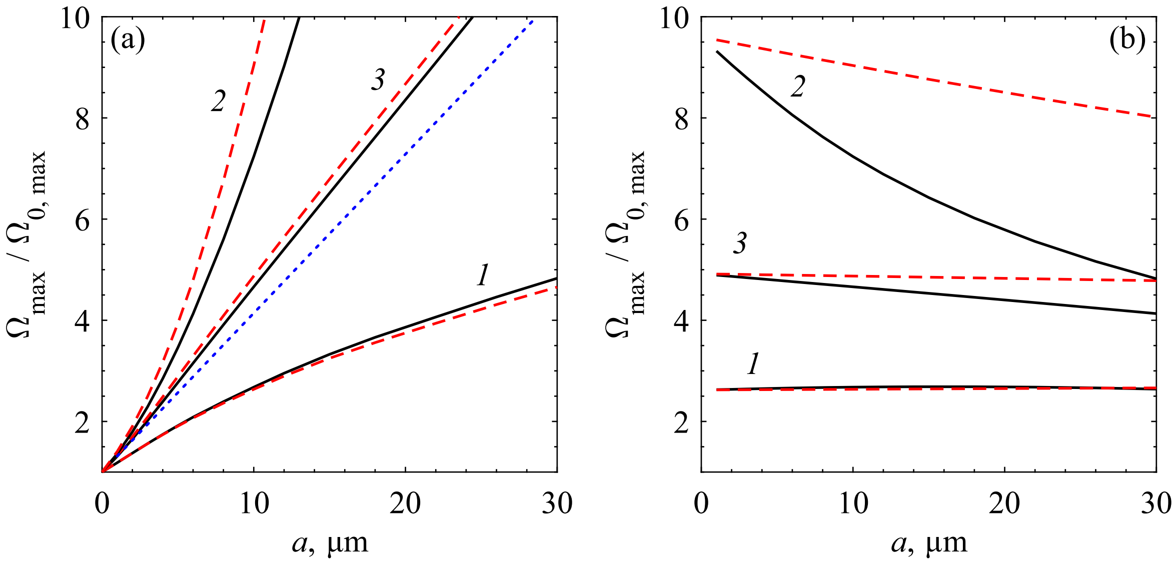

Рис. 5.7. Максимальное значение усредненной за период мощности тепловыделения $\Omega_{\max}$, нормированной на соответствующее значение гладкого провода, в зависимости от амплитуды неровности для одиночного расширения (линии *1*), сужения (линии *2*), и периодической шероховатости (линии *3*). Параметры расчетов: (a) – $\lambda = 10$ мкм, (b) – $\lambda = a$; сплошн. линии – $R_0 = 1$ мм, $\tau_s = 0.4$ мкс, $\delta = 40$ мкм; штрих. линии – $R_0 = 2$ мм, $\tau_s = 8$ мкс, $\delta = 180$ мкм. Пункт. линия (a) показывает асимптотику (5.10).

На рис. 5.7a показаны зависимости $\Omega_{\max}(a)$ при фиксированной полуширине неровности $\lambda = 10$ мкм. Видно, что максимальным усилением нагрева характеризуется одиночное сужение (линии *2* на рис. 5.7): с ростом амплитуды a мощность нагрева возрастает примерно по квадратичному закону, $\Omega_{\max}/\Omega_{0,\max} - 1 \approx a^2$, и достигает при $a = 3\lambda$ значений $\Omega_{\max} \approx 29.3\,\Omega_{0,\max}$ для MIG условий, при которых толщина скин-слоя (1.5) $\delta \approx 40$ мкм (сплошн. линии), и $\Omega_{\max} \approx 47.7\,\Omega_{0,\max}$ — для GIT условий при $\delta \approx 180$ мкм (штрих. линии).

Периодическая шероховатость (5.2) во всем диапазоне проанализированных амплитуд ($0 \le a \le 3\lambda$) демонстрирует близкий к линейному рост: $\Omega_{\max}/\Omega_{0,\max} - 1 \approx ka$. Теоретический анализ, представленный авторами [29], для квазистатических условий ($\delta \gg a$) дает в пределе малых амплитуд асимптотику

$$\frac{\Omega_{\max}}{\Omega_{0,\max}} = 1 + \frac{\pi a}{\lambda}, \tag{5.10}$$

т. е. теоретический коэффициент линейной зависимости $k_t = \pi/\lambda$. Эта асимптотика показана на рис. 5.7a пункт. линией. Проведённые расчеты в пределе малых амплитуд полностью согласуются с асимптотикой (5.10) как для параметров, хорошо соответствующих квазистатическому пределу — при $\delta = 180$ мкм, так и при гораздо меньшем значении глубины скин-слоя — при $\delta = 40$ мкм. При этом в области относительно больших амплитуд, при $a \approx \lambda$ и выше, коэффициент пропорциональности k расчетных кривых оказывается несколько выше, а именно, $k \approx 1.2k_t$.

Наличие на поверхности провода одиночного расширения, как уже обсуждалось выше, тоже формирует места локального перегрева по краям неровности. В этом случае усиление мощности нагрева существенно слабее (см. линии *1* на рис. 5.7), чем для углубления, одиночного или периодического, однако и это усиление может в разы увеличивать скорость нагрева по сравнению с ровной поверхностью. Так, при амплитуде $a = \lambda = 10$ мкм усредненная мощность тепловыделения составляет $\Omega_{\max}/\Omega_{0,\max} \approx 2.7$ и 2.6, а при $a = 3\lambda = 30$ мкм достигает значений 4.8 и 4.6 для расчетных параметров $R_0 = 1$ мм, $\tau_s = 0.4$ мкс ($\delta = 40$ мкм) и $R_0 = 2$ мм, $\tau_s = 8$ мкс ($\delta = 180$ мкм), соответственно. Для удобства характерные значения усиления мощности тепловыделения собраны в таблице 5.1.

№ линии / Условия	*1*	*2*	*3*
$\delta = 40$ мкм, $a = 10$ мкм	2.7	7.2	4.6
$\delta = 180$ мкм, $a = 10$ мкм	2.6	9.0	4.9
$\delta = 40$ мкм, $a = 30$ мкм	4.8	29.3	12.1
$\delta = 180$ мкм, $a = 30$ мкм	4.6	47.7	12.4

Таблица 5.1: Характерные значения максимальной усреднённой за период мощности тепловыделения $\Omega_{\max}$, нормированной на соответствующее значение гладкого провода, вдоль кривых, представленных на рис. 5.7a.

На рис. 5.7b показаны зависимости нормированной мощности максимального нагрева $\Omega_{\max}/\Omega_{0,\max}$ при пропорциональном изменении размеров неровности в диапазоне от 1 до 30 мкм с сохранением равенства $\lambda = a$. Этот случай может оказаться наиболее интересным для описания изменения шероховатости проводящей поверхности в процессе ее обработки. Вполне разумно предположить, что сглаживание крупномасштабных неровностей не просто уменьшает их амплитуду, но способствует появлению новых неровностей с меньшими размерами как по глубине, так и по ширине. Примечательным результатом такой обработки, как показывает рис. 5.7b, является абсолютное отсутствие какого-либо положительного эффекта для стойкости проводника, т. к. максимум локальной мощности тепловыделения не уменьшается, а для неровностей типа сужения может даже существенно возрастать. Так, для расчетных параметров $R_0 = 1$ мм, $\tau_s = 0.4$ мкс ($\delta = 40$ мкм) уменьшение поверхностной шероховатости с $\lambda = a = 30$ до 1 мкм приводит к росту величины $\Omega_{\max}/\Omega_{0,\max}$ с 4.8 до 9.3, с экстраполяционным пределом при $\lambda = a = 0$ равным 9.6.

Однако стоит отметить, что экстраполяция к $\lambda = a = 0$ не совсем корректна, поэтому на рисунке она не приводится. Уменьшение полуширины неровности λ и связанное с этим уменьшение пространственных размеров областей локального перегрева ниже 1 мкм, неизбежно увеличивает роль процессов теплообмена, которые будут приводить к выравниванию температуры вдоль поверхности, и как следствие, к выполнению предельного условия $\Omega_{\max}/\Omega_{0,\max} = 1$ при $\lambda = a = 0$. Как известно, характерная толщина термического скин-слоя в меди $\delta_T \approx 0.1\delta$ [1], т. е. в области $\lambda = a < 4$ мкм сплошные линии на рис. 5.7b существенно завышают ожидаемый нагрев. Аналогично, штриховые линии на том же рисунке, соответствующие $\delta = 180$ мкм, дают завышение при $\lambda = a < 18$ мкм. Учет процессов теплообмена невозможно выполнить в рамках построенной в этой главе модели (5.3). Поэтому дальнейшее изучение данного аспекта — объект будущих исследований.

5.4 Выводы к Главе 5

В настоящей главе проведён расчёт распределения азимутального магнитного поля, плотности тока и мощности тепловыделения по сечению цилиндрического проводника с аксиально-симметричными неровностями в виде одиночного выступа, сужения и периодической шероховатости для условий близких экспериментам по генерации сильных импульсных магнитных полей. Исследование привело к следующим новым результатам:

1. Показано многократное усиление мощности тепловыделения в окрестности всех исследуемых типов неровностей. Например, в проводнике радиусом 1 мм при протекании сильного синусоидального тока периодом 0.4 мкс и с толщиной скин-слоя 40 мкм усиление средней за период мощности тепловыделения по сравнению с идеально-гладким проводником вблизи неровностей амплитудой и полушириной 10 мкм составляет 2.7, 7.2 и 4.6 раз для одиночного расширения, сужения и периодической шероховатости, соответственно.

2. Обнаружено, что уменьшение шероховатости поверхности проводника при сохранении соотношения амплитуды и полуширины неровностей вплоть до размеров, сопоставимых

с толщиной термического скин-слоя не снижает ожидаемый нагрев для любого типа неровности. Таким образом, шлифовка поверхности может не приводить к повышению стойкости в сильных магнитных полях.

Изложенные в настоящей главе научные результаты опубликованы в работе [39].

Заключение

В диссертации проведено систематическое исследование процессов магнитной диффузии и возникающих термомеханических напряжений в плоском и цилиндрическом проводнике. Перечислены основные способы повышения стойкости проводника. Под стойкостью понимается способность материала выдерживать без разрушения термомеханические нагрузки, создаваемые в нём сильным импульсным магнитным полем. Представим основные результаты, полученные в работе:

1. В рамках модели идеального упруго-пластического тела с произвольной температурной зависимостью предела текучести получены аналитические выражения для температуры, инициирующей разрушение плоского проводника по хрупкому типу и по механизму малоцикловой усталости, а также предложены аналоги этих выражений для цилиндрического проводника.

2. Показано, что для повышения стойкости проводника предпочтительно использование быстрозатухающих импульсов или электрического контура, полностью отсекающего протекание тока после первого полупериода колебаний. В имитирующей экспериментальную установку модели одновиткового соленоида с концентратором, подключённых к RLC-контуру, достигалось повышение амплитуды индукции магнитного поля до 25 % при помощи увеличения электрического сопротивления контура без изменения его индуктивности.

3. Обнаружено, что формирование высокорезистивного поверхностного слоя в проводнике позволяет существенно повысить его стойкость в сильном импульсном магнитном поле. При использовании профиля удельного сопротивления в 2.5 раза превышающего соответствующее значение в глубине материала, что характерно для высокорезистивных сталей, эффект увеличения амплитуды индукции магнитного поля составил 25-30 %.

Использование же экспоненциально спадающего профиля удельного сопротивления с увеличением резистивности в диапазоне 10^3-10^9 позволяет увеличить амплитуду индукции магнитного поля безопасную для материала проводника более чем в 2 раза вплоть до 47 Тл.

4. Показано, что приведённые выше подходы по оптимизации электрического контура путём повышения его активного сопротивления и использованию модифицированного поверхностного слоя с удельным сопротивлением близким высокорезистивным сталям будучи слабо зависимыми при совместном использовании позволяют достигать высокие магнитные поля без угрозы разрушения материала вплоть до 52 Тл.

5. Установлено, что наиболее значимыми для повышения стойкости проводника характеристиками материала являются малые значения коэффициента линейного расширения, высокая объёмная теплоёмкость и низкое удельное сопротивление. Снижение последнего при постоянстве других параметров имеет перспективу повышения безопасного для материала генерируемого магнитного поля до 25 %.

6. Обнаружено, что стойкость цилиндрических проводников с внутренним радиусом меньшим толщины скин-слоя в сильных магнитных полях резко снижается. При радиусах, превышающих толщину скин-слоя, выдерживаемая проводником амплитуда магнитного поля изменяется слабо.

7. Для цилиндрического проводника в азимутальном магнитном поле показано многократное усиление мощности тепловыделения в окрестности аксиально-симметричных неровностей на поверхности. Их влияние на стойкость, расположенное по убыванию: неровность в форме одиночного сужения, периодической шероховатости и одиночного выступа.

8. Обнаружено, что уменьшение шероховатости поверхности проводника при сохранении соотношения амплитуды и полуширины неровностей вплоть до размеров, сопоставимых с толщиной термического скин-слоя, не снижает ожидаемый нагрев для любого типа неровности. Таким образом, шлифовка поверхности может не приводить к повышению стойкости в сильных магнитных полях.

В заключение автор хотел бы выразить искреннюю благодарность и признательность научному руководителю в.н.с. Г. Ш. Болтачеву за руководство работой, обучение и поддержку. Автор также выражает глубокую благодарность зав. ЛПЭ С. Н. Паранину, директору ИЭФ УрО РАН С. А. Чайковскому и г.н.с. Н. Б. Волкову за полезное обсуждение результатов, ценные рекомендации, внимание к работе и помощь во многих вопросах. Автор очень благодарен с.н.с. А. В. Спирину, н.с. В. И. Крутикову и м.н.с. Е. Ю. Зайцеву за полученный практический опыт и предоставленные экспериментальные данные. Также автор выражает большую благодарность с.н.с. Е. А. Кочурину за помощь в оформлении диссертации. Автор выражает особую признательность руководству и службам Института электрофизики УрО РАН за создание благоприятных условий для работы.

Список литературы

[1] Кнопфель, Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля: методы генерации и физические эффекты, связанные с созданием импульсных полей мегаэрстедного диапазона / Г. Кнопфель. – М.: Мир, 1972. – 392 с.

[2] Kapitza, P. L. Some observations on α-particle tracks in a magnetic field / P. L. Kapitza // Proc. Camb. Philos. Soc. – 1923. – V. 21. – P. 511.

[3] Капица, П. Л. Эксперимент, теория, практика / П. Л. Капица. — М.: Наука, 1974. – 288 с.

[4] High magnetic fields in semiconductor physics III: quantum Hall effect, transport and optics / edited by G. Landwehr. — Berlin: Springer Science & Business Media, 2012. – 698 p.

[5] Biomolecular EPR meets NMR at high magnetic fields / K. Möbius et al. // Magnetochemistry. – 2018. – V. 4. – No. 4. – P. 50.

[6] Численное исследование магнитодинамической кумуляции / Н. Б. Волков и др. // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1976. – № 6. – С. 146-154.

[7] Волков, Н. Б. Численный анализ экспериментов по магнитной кумуляции / Н. Б. Волков, В. Т. Михкельсоо, Г. А. Шнеерсон // ПМТФ. – 1982. – № 5. – С. 15-26.

[8] Strong and ultrastrong magnetic fields and their applications / edited by F. Herlach. — Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH, 1985. – 379 p.

[9] Densification of nano-sized alumina powders under radial magnetic pulsed compaction / S. Paranin et al. // ASTRJ. – 2006. – V. 45. – P. 899-904.

[10] Magnetic pulsed compaction of nanosized powders / G. Sh. Boltachev et al. — NY: Nova Science Publishers, 2010. – 86 p.

[11] Modeling and optimization of uniaxial magnetic pulse compaction of nanopowders / E. A. Olevsky et al. // Acta Mech. – 2013. – V. 224. – P. 3177-3195.

[12] Крутиков, В. И. Сварка стальных деталей и прессование иридиевых нанопорошков посредством сжатия проводящих оболочек в импульсных магнитных полях. Дисс. на соиск. уч. ст. канд. тех. наук. 2020.

[13] Динамика цилиндрических проводящих оболочек в продольном импульсном магнитном поле / Г. Ш. Болтачев и др. // ЖТФ. – 2010. – Т. 80. – № 6. – С. 1-6.

[14] Стрижаков, Е. Л. Высоковольтная импульсная конденсаторная сварка разнородных деталей / Е. Л. Стрижаков, С. В. Нескромный, Р. В. Меркулов. // Сварка и диагностика. – 2012. – Т. 4. – С. 43.

[15] Магнитно-импульсная сварка трубы с торцевой заглушкой из хромистой коррозионностойкой стали / В. И. Крутиков и др. // Изв. ВУЗов. Физика. – 2014. – Т. 57. – № 11/3. – С. 264-268.

[16] The impact of local current density increase on conductor destruction / S. I. Krivosheev et al. // J. Phys. Conf. Ser. – 2019. – V. 1147. – P. 012033.

[17] Surface modification of steel inductor as an attempt to enhance its durability in high pulsed magnetic fields / Spirin A. V. et al. // AIP Conf. Proc. – 2019. – V. 2174. No. 020163. – P. 1-6.

[18] Шнеерсон, Г. А. Поля и переходные процессы в аппаратуре сверхсильных токов / Г. А. Шнеерсон. – 2–е изд., перераб. и доп. – Москва: Энергоатомиздат, 1992. – 416 с.

[19] Финкель, В. М. О возможности торможения быстрых трещин импульсами тока / В. М. Финкель, Ю. И. Головин, А. А. Слетков // Доклады АН СССР. – 1976. – Т. 227. – № 4. – С. 848-851.

[20] Golovin, Y. I. Effects of current pulses on crack propagation kinetics in silicon iron / Y. I. Golovin, V. M. Finkel', A. A. Sletkov // Strength Mater. – 1977. – V. 9. – P. 204-210.

[21] Krivosheev, S. I. Specific features of shock wave formation in superstrong magnetic field / S. I. Krivosheev, V. S. Pomazov, G. Shneerson // Tech. Phys. Lett. – 2011. – V. 37. – No. 9. – P. 877–880.

[22] Skin electric explosion in double-layer conductors with a low-conductivity deposited layer / I. M. Datsko et al. // Tech. Phys. – 2016. – V. 61. – P. 855–859.

[23] Peculiarities of an electrical explosion of flat conductors in the current skinning mode / S. A. Chaikovskii et al. // Russ. Phys. J. – 2019. – V. 62. – P. 1235–1242.

[24] Architecture of petawatt-class z-pinch accelerators / W. A. Stygar et al. // Phys. Rev. Accel. Beams. – 2007. – V. 10. – No. 3. – P. 030401.

[25] Mechanisms of metallic nanoparticle generation during an electric explosion of conductors / N. B. Volkov et al. // Tech. Phys. – 2010. – V. 55. – No. 4. – P. 509-513.

[26] Filamentation of the surface plasma layer during the electrical explosion of conductors in strong magnetic fields / V. I. Oreshkin et al. // J. Appl. Phys. – 2022. – V. 132. – No. 8. – P. 085902.

[27] On the evolution from micrometer-scale inhomogeneity to global overheated structure during the intense Joule heating of a z-pinch rod / T. J. Awe et al. // IEEE Trans. Plasma Sci. – 2017. – V. 45. – No. 4. – P. 584–589.

[28] Dimensional effects of electrically exploding aluminum wires in argon gas: experimental investigation / H. Liu et al. // J. Appl. Phys. – 2020. – V. 128. – No. 7. – P. 073301.

[29] Use of hydrodynamic theory to estimate electrical current redistribution in metals / E. P. Yu et al. // Phys. Plasmas. – 2020. – V. 27. – No. 5. – P. 052703.

[30] Electrothermal instability in different modes of underwater electrical wire explosion / Z. Liu et al. // J. Appl. Phys. – 2023. – V. 134. – No. 23. – P. 233301.

[31] Self-healing of damage inside metals triggered by electropulsing stimuli / H. Song et al. // Sci. Rep. – 2017. – V. 7. – No. 1. – P. 7097.

[32] Analysis of methods of lowering heating of and thermal stresses in the coils in high pulsed magnetic fields / I. M. Karpova et al. // Megagauss Fields and Pulsed Power Systems, edited by V. M. Titov, G. A. Shvetsov. – NY: Nova Science Publishers, 1990. – P. 209–215.

[33] Карпова, И. М. Минимизация максимального локального нагрева проводника в импульсном магнитном поле при использовании слоистой проводящей среды / И. М. Карпова, В. В. Титков // Электричество. – 1999. – Т. 12. – С. 55–60.

[34] Bryant, A. R. The effect of Joule heating on the diffusion of megagauss fields into metals / A. R. Bryant // Proceedings of the International conf. on megagauss magnetic field generation by explosives and related experiments, edited by H. Knoepfel and F. Herlach. — Brussel. 1966. – P. 183-191.

[35] Sedov, L. I. Mechanics of Continuous Media / L. I. Sedov. — Singapore: World Scientific, 1997. – 1368 p.

[36] Simulating the conductor with a nonuniform resistance under high-pulsed magnetic fields / P. A. Russkikh et al. // IEEE Trans. Plasma Sci. – 2021. – V. 49. – No. 9. – P. 2463-2469.

[37] Русских, П. А. Хрупкое разрушение проводника в сильном импульсном магнитном поле / П. А. Русских, Г. Ш. Болтачев, С. Н. Паранин // ЖТФ. – 2023. – Т. 93. – № 5. – С. 654-665.

[38] Русских, П. А. Способы повышения предельного импульсного магнитного поля, вызывающего разрушение стального индуктора при многократном воздействии / П. А. Русских, Г. Ш. Болтачев, С. Н. Паранин // Изв. РАН. Сер. физ. – 2023. – Т. 87. – № 11. – С. 1534-1540.

[39] Boltachev, G. Sh. Enhanced Joule heat release at surface irregularities / G. Sh. Boltachev, P. A. Russkikh, S. A. Chaikovsky // Curr. Appl. Phys. – 2024. – V. 68. – P. 189-195.

[40] Russkikh, P. A. Increasing the threshold amplitude of the pulsed magnetic field causing irreversible deformation of a steel inductor / P. A. Russkikh, G. S. Boltachev // Russ. Phys. J. – 2025. – V. 68. – No. 2. – P. 333–340.

[41] Русских, П. А. Повышение стойкости концентратора магнитного потока при генерации сильных импульсных магнитных полей / П. А. Русских, Г. Ш. Болтачев // МНИЖ. – 2025. – Т. 155. – № 5. – С. 1-12.

[42] Durability of inductor material with inhomogenious resistance under high pulsed magnetic field generation / P. Russkikh et al. // Proceedings of 21st Int. Symp. on High-Current Electronics. – Tomsk, Russia, 2020. – P. 154-159.

[43] Russkikh, P. A. A conductor with space-variable resistivity under high pulsed magnetic field / P. A. Russkikh, G. S. Boltachev, S. N. Paranin // AIP Conf. Proc. – 2020. – V. 2313. – No. 030028. – P. 1-6.

[44] Holland, R. FDTD analysis of nonlinear magnetic diffusion by reduced c / R. Holland // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1995. – V. 43. – No. 7. – P. 653-659.

[45] Brauer, J. R. Finite-element computation of nonlinear magnetic diffusion and its effects when coupled to electrical, mechanical, and hydraulic systems / J. R. Brauer, I. D. Mayergoyz // IEEE Trans. Magn. – 2004. – V. 40. – No. 2. – P. 537-540.

[46] Tellini, B. Magnetic field diffusion into conducting nonlinear magnetic media / B. Tellini, M. Bologna, and D. Pelliccia // IEEE Trans. Magn. – 2005. – V. 41. – No. 3. – P. 1112-1117.

[47] Диффузия импульсного поля и электромагнитные силы в ферромагнетиках / Ю. Э. Адамьян и др. // ЖТФ. – 2013. – Т. 83. – № 10. – С. 1-7.

[48] Карслоу, Г. Теплопроводность твердых тел / Г. Карслоу, Д. Егер. — М.: Наука, 1964. – 488 с.

[49] Destruction features of steel inductors with nitrided working surface under strong magnetic field generation / A. V. Spirin et al. // Proceedings of 20th Int. Symp. on High-Current Electronics. – Tomsk, Russia, 2018. – P. 148-153.

[50] Effect of structural steel ion plasma nitriding on material durability in pulsed high magnetic fields / A. V. Spirin et al. // J. Phys.: Conf. Ser. – 2017. – V. 830. – P. 012080.

[51] Schnitzer, O. Fast penetration of megagauss fields into metallic conductors / O. Schnitzer // Phys. Plasmas. – 2014. – V. 21. – No. 082306. – P. 1-12.

[52] Кривошеев, С. И. Особенности нелинейной диффузии сильного импульсного магнитного поля вблизи края проводника / С. И. Кривошеев, С. Г. Магазинов, Г. А. Шнеерсон // ПЖТФ. – 2019. – Т. 45. – № 3. – С. 41-45.

[53] Волков, Н. Б. Исследование электрофизических процессов, происходящих при получении сверхсильных импульсных магнитных полей. Дисс. на соиск. уч. ст. канд. тех. наук. 1977.

[54] Fatigue damage in fieldshapers used during electromagnetic forming and welding processes at high frequency impulse current / B. Saadouki et al. // Int. J. Fatigue. – 2018. – V. 109. – P. 93-102.

[55] Карпова, И. М. Анализ напряженного состояния одновиткового биметаллического соленоида в сильном импульсном магнитном поле / И. М. Карпова, В. В. Титков // ПМТФ. – 1988. – Т. 30. – № 5. – С. 13-20.

[56] Lemaitre, J. Handbook of materials behavior models / J. Lemaitre. — Academic Press, 2001. – 1200 p.

[57] Карпова, И. М. Термоупругопластическая деформация в скин-слое импульсного соленоида и оценка ресурса проводниковых материалов в сильном магнитном поле / И. М. Карпова, В. В. Титков // ЖТФ. – 1995. – Т. 65. – № 6. – С. 54-63.

[58] Manson, S. S. Thermal Stress and Low-Cycle Fatigue / S. S. Manson. — N.Y.: McGraw-Hill Book Company, Inc., 1966. – 404 p.

[59] Parida, B. K. Fatigue Testing / B. K. Parida // Encyclopedia of Materials: Science and Technology. — Oxford: Elsevier, 2001. – P. 2994-2999.

[60] Morgan, S. P. Effect of surface roughness on eddy current losses at microwave frequencies / S. P. Morgan // J. Appl. Phys. – 1949. – V. 20. – No. 4. – P. 352-362.

[61] Some features of the effect of local current density increase on the destruction of flat conductors / Y. E. Adamyan et al. // International Journal "NDT Days". – 2018. – V. 1. – No. 3. – P. 382-388.

[62] Use of the magnetic saw effect for manufacturing / A. J. Sitzman et al. // IEEE Trans. Plasma Sci. – 2014. – V. 42. – No. 5. – P. 1173-1178.

[63] Cai, C. Metal additive manufacturing / C. Cai , K. Zhou. // Digital Manufacturing. — Elsevier, 2022. – P. 247-298.

[64] Карпова, И. М. Вихревые токи в неоднородных средах и проблема снижения нагрева проводников в сильном импульсном магнитном поле / И. М. Карпова, В. В. Титков, Г. А. Шнеерсон. // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1988. – № 3. – С. 122-127.

[65] Шнеерсон, Г. А. О минимизации джоулева нагрева при диффузии магнитного поля в среду с проводимостью, зависящей от координаты / Г. А. Шнеерсон // ПЖТФ. – 1992. – Т. 18. – № 6. – С. 18-21.

[66] Карпова, И. М. Обратная задача теории сверхскоростного контакта для ускоряемого тела с ортотропной проводимостью / И. М. Карпова, В. В. Титков, Г. А. Шнеерсон. // ПМТФ. – 1996. – Т. 37. – № 2. – С. 62-68.

[67] Farynski, A. Layer conductor of cylindrical symmetry in non-stationary magnetic field. Part 1 / A. Farynski, L. Karpinski, A. Nowak // Tech. Phys. – 1979. – V. 20. – No. 2. – P. 265-280.

[68] Farynski, A. 52-Teslas, long-life coil for plasma research / A. Farynski, L. Karpinski, A. Nowak // IEEE Trans. Magn. – 1981. – V. 17. – No. 5. – P. 1935-1937.

[69] Фарынски, А. Применение сильных магнитных полей для ограничения разлета плазмы / А. Фарынски, Л. Карпински, А. Новак // Тезисы докладов третьей международной конференции по генерации мегагауссовых полей и родственным экспериментам. – Новосибирск, 1983. – С. 29.

[70] Карпова, И. М. Особенности нагрева биметаллических проводников импульсным током / И. М. Карпова, В. В. Титков // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1988. – № 5. – С. 83-90.

[71] Spirin, A. V. Study of Resistivity Distribution in Modified Surface Steel / A. V. Spirin, E. Y. Zaytsev, S. N. Paranin // IEEE Trans. Magn. – 2022. – V. 58. – No. 6. – P. 1-7.

[72] Study of thermal effects in high magnetic field massive coils with modified surface conductivity and new experimental approach / A. V. Spirin et al. // Proceedings of EAPPC & BAEMS 2018. — Changsha. 2018. — P. 172-176.

[73] Rosenbluth, M. N. Minimization of conductor surface heating by a pulsed magnetic field / M. N. Rosenbluth, H. P. Furth, K. M. Case // J. Appl. Phys. – 1974. – V. 45. – No. 3. – P. 1097-1099.

[74] Шнеерсон, Г. А. Снижение механических напряжений в тонкостенной квазибессиловой магнитной системе, внесенной во внешние скрещенные магнитные поля / Г. А. Шнеерсон, В. В. Титков, К. В. Волошин // ПЖТФ. – 2023. – Т. 49. – № 9. – С. 13-16.

[75] Колтунов, О. С. Квазибессиловые неразрушаемые магнитные системы для получения сверхсильных полей. Дисс. на соиск. уч. ст. канд. тех. наук. 2004.

[76] Shneerson, G. A. Strong and superstrong pulsed magnetic fields generation / G. A. Shneerson, M. I. Dolotenko, S. I. Krivosheev. — Berlin/Boston: Walter de Gruyter GmbH & Co KG, 2014. – 429 p.

[77] Концептуальная модель квазибессилового магнита малого объема с инерционным удержанием его торцевой части / Г. А. Шнеерсон и др. // ПЖТФ. – 2021. – Т. 47. – № 11. – С. 40-43.

[78] Карпова, И. М. Анализ деформационной стойкости проводниковых материалов в сильном импульсном магнитном поле / И. М. Карпова, В. В. Титков // ЖТФ. – 1994. – Т. 64. – № 7. – С. 137-147.

[79] Development of multi-part field-shapers for magnetic pulse welding using nanostructured Cu-Nb composite / E. Zaytsev et al. // J. Manuf. Mater. Process. – 2024. – V. 8. – No. 3. – P. 97.

[80] Бабичев, А. П. Таблицы физических величин / А. П. Бабичев, Н. А. Бабушкина, А. М. Братковский. М.: Энергоатомиздат, 1991. – 1232 с.

[81] Heringhaus, F. Analytical modeling of the electrical conductivity of metal matrix composites: application to Ag–Cu and Cu–Nb / F. Heringhaus, H. J. Schneider-Muntau, G. Gottstein // Mater. Sci. Eng. A. – 2003. – V. 347. – P. 9-20.

[82] Qi, Y. Microstructure and electrical conductivity of aluminium/steel bimetallic rods processed by severe plastic deformation / Y. Qi, R. Lapovok, Y. Estrin // J. Mater. Sci. – 2016. – V. 51. – P. 6860-6875.

[83] Polyanin, A. D. Handbook of linear partial differential equations for engineers and scientists / A. D. Polyanin, V. E. Nazaikinskii. Boca Raton: Chapman and Hall/CRC Press, 2016. – 1644 p.

[84] Бухмиров, В. В. Тепломассообмен / В. В. Бухмиров. Иваново: ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», 2014. – 360 с.

[85] Яворский, Б. М. Справочник по физике / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. М.:Наука, 1990. – 624 с.

[86] Numerical model for electrical explosion of copper wires in water / K. -J. Chung et al. // J. Appl. Phys. – 2016. – V. 120. – P. 203301.

[87] Direct comparison of wire, foil, and hybrid X-pinches on a 200 kA, 150 ns current driver / G. W. Collins et al. // J. Appl. Phys. – 2021. – V. 129. – P. 073301.

[88] X-ray radiography of aluminum cathodes eroded in high-current vacuum arcs / A. G. Rousskikh et al. // Curr. Appl. Phys. – 2019. – V. 19. – No. 6. – P. 704-708.

[89] Boltachev, G. Sh. Expansion of a Conducting Shell by the Magnetic Field of an External Inductor / G. Sh. Boltachev, N. B. Volkov // Tech. Phys. Lett. – 2009. – V. 35. – No. 4. – P. 334-336.

[90] Boltachev, G. Sh. Magnetic Field Measurement Features With a Miniature B-Dot Probe / G. Sh. Boltachev, V. I. Filatov, S. A. Chaikovsky // IEEE Trans. Electromag. Compat. – 2021. – V. 63. – No. 4. – P. 970-978.

[91] Skin explosion of double-layer conductors in fast-rising high magnetic fields / S. A. Chaikovsky et al. // Phys. Plasmas. – 2014. – V. 21. – No. 4. – P. 042706.

[92] Delayed plasma formation on Ti-coated copper and duralumin conductors in strong magnetic fields / I. M. Datsko et al. // J. Phys.: Conf. Ser. – 2018. – V. 946. – P. 012136.

[93] Generation of magnetosonic waves by electrical explosion of conductors driven by mega-ampere current pulses / V. I. Oreshkin et al. // Phys. Plasmas. – 2023. – V. 30. – P. 113508.